Dlaczego nie warto grać w Totka?

Autor: Krystian Karczyński
Data: 5.03.2008 r.

1. Wstęp.

W moim artykule postaram się wykazać matematycznie zupełną nieopłacalność kupowania kuponów Dużego Lotka. Pokażę, że z czysto rachunkowego punktu widzenia jest to czynność równoważna wyrzucaniu pieniędzy przez okno. Oczywiście sam Toto Lotek to tylko przykład tego, o co chodzi naprawdę – czyli prezentacji kilku matematycznych narzędzi, które każdy bez trudu może zastosować przy analizie różnych innych gier losowych i nie tylko.

Artykuł jest pisany z założeniem, że powinien być zrozumiały przez każdego, nawet zupełnego matematycznego laika. Dużo więc w nim komentarzy i tłumaczeń „od podstaw" różnych terminów, które bardziej zaprawiony w matematycznym rzemiośle czytelnik może pomijać.

2. Kiedy warto grać?

Oby odpowiedzieć na tytułowe pytanie zacznijmy może od zastanowienia, kiedy grać w grę „warto", a kiedy „nie warto". Weźmy pod uwagę dwie gry:

Gra 1

Rzucamy monetą. Jeśli wypadnie orzeł, wygrywamy 2 zł, jeśli reszka – tracimy złotówkę.

Gra 2

Rzucamy monetą. Jeśli wypadnie orzeł, wygrywamy 1,50, a jeśli reszka – tracimy złotówkę.

Bez wątpienia zwykły „chłopski rozum" mówi nam, że bardziej opłaci się nam zagrać w Grę 1 niż w Grę 2. A teraz...

Gra 3

Rzucamy kostką do gry (może być od „Chinczyka"). Wypadnie 6 oczek – wygrywamy 200 złotych, w każdym innym przypadku płacimy złotówkę.

Zauważmy, że prawdopodobieństwo „wygrania" w Grze 3 jest MNIEJSZE niż w Grze 1 i Grze 2, natomiast intuicyjnie wyczuwamy, że bardziej „warto" zagrać właśnie w nią. Na „wartość" gry mogą wpływać bowiem 2 rzeczy:

- prawdopodobieństwo wygranej (dalej będę je oznaczał jako „p")
- kwota wygranej

Spróbujmy jakoś sformalizować tą naszą intuicję:

Określenie „wartości" danej gry możemy przedstawić liczbowo. Umożliwi nam to obiektywne i precyzyjne porównywanie różnych gier ze sobą. Parametrem określającym „opłacalność gry" jest jej tzw. „wartość oczekiwana" (będę w skrócie pisał EX):

$$EX = p \cdot (kwota\ wygranej) - (1-p) \cdot (kwota\ przegranej)$$

EX - wyznacza nam, ile „średnio” wychodzimy na każdej rozgrywce. Jeżeli jest dodatni – gra jest opłacalna, jeżeli ujemny – nie. Możemy umówić się, że grę z parametrem EX = 0 (a więc zupełnie wyrównaną) będziemy nazywać „uczciwą”.

$1-p$ - to jest oczywiście prawdopodobieństwo porażki (np. jeśli prawdopodobieńtwo wygranej to 25%, czyli 0,25, oznacza to, iż przegramy z prawdopodobieństwem 75%, czyli 1-0,25=0,75).

Jak będzie wyglądał parametr EX dla Gier 1,2,3?

Gra 1

p = 50% = 0,5 (prawdopodobieństwo wyrzucenia orła to pół na pół, czyli 50%)
1-p = 50% = 0,5 (tak samo reszki)
$EX_{Gra.1}=0{,}5\cdot2-0{,}5\cdot1=1-0{,}5=0{,}5$ - oznacza to, że w Grze 1 na każdej grze wygrywamy „średnio” 50 groszy

Gra 2

p = 0,5 (jak wyżej)
1-p = 0,5
$EX_{Gra.2}=0{,}5\cdot1{,}5-0{,}5\cdot1=0{,}75-0{,}5=0{,}25$ - oznacza to, że w Grze 2 na każdej grze wygrywamy „średnio” 25 groszy

Gra 3

p = $\frac{1}{6}$ - Prawdopodobieństwo wyrzucenia szóstki na sześciościennej kostce jest jak 1 do 6
1-p = $\frac{5}{6}$ - „nie-szóstek” na ścianach kostki jest pięć
$EX_{Gra.3}=\frac{1}{6}\cdot200-\frac{5}{6}\cdot1=33\frac{1}{6}-\frac{5}{6}=32\frac{1}{3}$ - oznacza to, że w grze 3 na każdej grze wygrywamy „średnio” 32 złote i 33 grosze.

Widać zatem, że najbardziej opłacalna dla Gracza jest Gra 3, jest ona nawet około 65 razy bardziej opłacalna od Gry 1 i 130 razy od Gry 2.

A co z grami, które mogą zakończyć się na klika sposobów, a nie tylko prostym wygrałem/przegrałem? Zliczenie wartości oczekiwanej takich gier jest również bardzo proste: jest ona sumą prawdopodobieństw poszczególnych zdarzeń przemnożonych przez odpowiadające im wypłaty (wygrane oczywiście ze znakiem plus, przegrane ze znakiem minus). Na przykład:

Gra 4

Rzucamy kostką. Jeśli wypadnie jedno oczko, dostajemy 1 zł, jeśli dwa oczka, to 2zł itd. Jeśli jednak wypadnie 6 oczek – płacimy 10zł. Czy taka gra jest opłacalna?

$$EX_{Gra.4}=\frac{1}{6}\cdot1+\frac{1}{6}\cdot2+\frac{1}{6}\cdot3+\frac{1}{6}\cdot4+\frac{1}{6}\cdot5-\frac{1}{6}\cdot10=\frac{5}{6}$$

Odpowiedź więc: tak, taka gra jest opłacalna. Na każdej grze zarobimy średnio prawie złotówkę.

Podsumowując: mamy narzędzie do badania opłacalności różnych gier losowych. Jest to parametr matematyczny, zwany wartością oczekiwaną gry, a oznaczany jako EX. Podkreślmy może teraz, że należy go dobrze rozumieć. Nie jest to jakaś konkretna wartość wygranej, którą wygrywamy najczęściej grając w daną grę. Dla wszystkich powyższych gier jest on ułamkiem, wypłatą, która w żadnej z nich nie zostałaby realnie osiągnięta. EX to czysto abstrakcyjna, matematyczna miara opłacalności. Jakiś pechowiec mógłby w *Grze 4* wyrzucić trzy szóstki pod rząd, zapłacić 30zł i sfrustrowany spytać o jej rzekomą „opłacalność”. Tak jednak właśnie działa rachunek prawdopodobieństwa – opisuje on zdarzenia **losowe**. Jako ciekawostkę dodam, że gdyby ów pechowiec zaczął rzucać kostką dalej, po stu, tysiącu, milionie rzutów zauważyłby, że ogólnie jest do przodu coraz bardziej dokładnie tyle, ile powinien oczekiwać (czyli na przykład przy stu rzutach mógłby oczekiwać wygranej $\frac{5}{6}\cdot 100 = 83\frac{1}{3}\ zł$). Ciekawe, prawda?

3. Trochę matematyki – czyli prawdopodobieństwo.

Naszym zadaniem będzie więc obliczenie wartości EX dla Dużego Lotka. Jeśli będzie ona dodatnia – każdy zakład jest dla nas opłacalny, jeśli ujemna – grając w Totka tracimy. Zanim jednak rzucimy się na konkretne dotyczace Totka obliczenia, zauważmy że będziemy do nich potrzebować „prawdopodobieństw” poszczególnych zdarzeń. Musimy więc wiedzieć, co to właściwie jest i jak to policzyć. Jeśli już to potrafisz, możesz pominąć ten rozdział, jeśli nie – skoncentruj się i czytaj dalej.

Pojęcie „prawdopodobieństwa” jako tako intuicyjnie używaliśmy w poprzednim rozdziale. W istocie rzeczy własnie takie na wpół intuicyjne rozumienie wystarczało matematykom przez setki lat. Ścisłą i formalnie poprawną definicję podał dopiero Rosjanin Kołmogorow w XX wieku. My jednak nie będziemy jej używać, starczy nam o wiele starsza definicja Laplace.

DEFINICJA (prawdopodobieństwa)

Jeśli mamy zdarzenie losowe W (np. rzut monetą, kostka, losowanie Totka), które może zakończyć się na n sposobów, prawdopodobieństwem zajścia zdarzenia A nazywamy iloraz (dzielenie) **liczby** sposobów zakończenia zdarzenia W, przy których zajdzie zdarzenie A (tą liczbę ozn. a) przez liczbę wszystkich sposobów, na jakie może zakończyć się zdarzenie W – czyli n.

$$P(A)=\frac{a}{n}$$

Przykład 1

W rzucie kostką mamy 6 możliwych wyników zdarzenia (n=6). Jeśli spytamy, jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby parzystej (A), to będziemy mieć trzy zdarzenia, przy których zajdzie A – wyrzucenie 2, 4 i 6-tki, a więc a=3.

Mamy $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Prawdopodobieństwo wyrzucenia na kostce do gry liczby parzystej wynosi $\frac{1}{2}$.

Przykład 2

Doświadczenie polega na rzucie dwoma kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma oczek na obu kostkach wyniesie 7?

W tym doświadczeniu policzenie wszytkich jego możliwych wyników może być trochę trudniejsze. Wypiszmy kilka z nich: „na pierwszej kostce rzuciłem 5, a na drugiej 2" - to jest jeden z możliwych wyników, oznaczmy go w skrócie (5,2); oprócz niego mogą zdarzyć się na przykład (3,6); (1,2); (4,4) itd.

Ile takich wyników mógłbym wypisać? Przypuśmy, że zliczam najpierw wszystkie te, w których na pierwszej kostce wypadła jedynka, będą to (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6). Jest ich 6. Z dwójką na pierwszej kostce również może „połączyć się" 6 wyników na drugiej, dla trzeciej tak samo itd. Liczba wszystkich zdarzeń wyniesie więc: 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 * 6 = 36. Czyli n = 36.

Ile jest zdarzeń, przy których suma wyniesie 7? Wypiszmy je: (1,6) (6,1) (5,2) (2,5) (4,3) (3,4). Jest ich zatem 6. Czyli:

$$P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

Prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek równej 7 w rzucie dwiema kostkami jest jak 1 do 6.

Jeśli policzy się prawdopodobieństwa wyrzucenia wszystkich innych sum, np. sumy oczek 6, albo 11, okaże się, że prawdopodobieństwo wyrzucenia 7ki jest właśnie największe. Cenna wskazówka dla grającego w kości, prawda? Takie właśnie z pozoru niepoważne obliczenia i obserwacje zainspirowały kilkaset lat temu ludzi do rozwinięcia całej gałęzi matematyki, którą dziś nazywamy teorią prawdopodobieństwa, albo probabilistyką.

Co jednak ze zdarzeniami, w których liczby zdarzeń nie policzymy tak po prostu przez wypisywanie ich i zliczanie? Weźmy sobie...

Przykład 3

W trzydziestoosobowej klasie mamy 17 dziewczyn i 13 chłopców. Do sprzątania sali po balu karnawałowym typujemy losowo 5 osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w wytypowanej grupie będzie 3 chłopców i 2 dziewczynki?

Na czym polega doświadczenie W? Mamy w klasie trzydziestu różnych uczniów. Przykładowe piątki do sprzątania sali mogą to być: (Uczeń 1, Uczeń 4, Uczeń 17, Uczeń 21, Uczeń 27), albo (Uczeń 13,Uczeń 15, Uczeń 20, Uczeń 25, Uczeń 30) itd. Ile takich piątek można by wypisać?

Zauważmy, że kolejność Uczniów w piątkach nie ma znaczenia. Problemu raczej nie rozwiążemy przez proste wypisywanie wszystkich możliwych piątek, byłoby ich bowiem za dużo. Z pomocą przychodzi nam gałąź matematyczna zwana kombinatoryką. Przytaczam twierdzenie:

Twierdzenie 1

Liczba możliwych do wybrania k-elementowych podzbiorów zbiou n-elementowego równa jest:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

Objaśnienie: ten dziwny symbol po lewej to tzw. „symbol Newtona”. Nie myl go z dzieleniem n przez k! $n!$ to tzw. „n silnia”. Silnię z 6 liczymy na przykład tak: $6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$. Proste?

Wykorzystajmy *Twierdzenie 1* do *Przykładu 3*. Liczbę piątek możliwych do wyznaczenia obliczymy tak:

$$\binom{30}{5}=\frac{30!}{5!\cdot(30-5)!}=\frac{30!}{5!\cdot25!}=\frac{30\cdot29\cdot28\cdot27\cdot26\cdot25\cdot24\cdot...\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot25\cdot24\cdot...\cdot2\cdot1}=\frac{30\cdot29\cdot28\cdot27\cdot26}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=142506$$

Odpowiedź więc: z trzydziestoosobowej klasy możemy wytypować pięciu Uczniów na 142506 sposobów.

W ilu spośród tych zdarzeń zajdzie zdarzenie A, czyli wylosowanie 3 chłopców i 2 dziewczynek? Wykorzystajmy ponownie Twierdzenie 1. Zajmijmy się najpierw chłopcemi. Na ile sposobów mogę wylosować 3 chłopców z 13?

$$\binom{13}{3}=\frac{13!}{3!\cdot(13-3)!}=\frac{13!}{3!\cdot10!}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot...\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot10\cdot9\cdot...\cdot1}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}=286$$

A na ile sposobów mogę wybrać 2 dziewczyny z 17?

$$\binom{17}{2}=\frac{17!}{2!\cdot(17-2)!}=\frac{17\cdot16\cdot15\cdot14\cdot...\cdot1}{2\cdot1\cdot15\cdot14\cdot...\cdot1}=\frac{17\cdot16}{2\cdot1}=136$$

Każda z wybranych 286 trójek chłopców może połączyć się z każdą wybraną dwójką dziewczyn. Łączna więc liczba takich piątek wyniesie a = 286 * 136 = 38896

Mamy więc liczbę wszystkich zdarzeń 142506 i liczbę zdarzeń, których prawdopodobieństwo liczymy 38896. Nasze prawdopodobieństwo wyniesie więc:

$$P(A)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{17}{2}}{\binom{30}{5}}=\frac{38896}{142506}\approx0{,}27$$

Prawdopodobieństwo wylosowania zatem do piątki sprzątającej klasę trzech chłopców i dwie dziewczynki jest spore. Nieco ponad jeden na cztery.

4. Dlaczego nie warto grać w Totka?

Mając sposób obliczania prawdopodobieństw z poprzedniego rozdziału, możemu już zabierać się za liczenie EX w grze losowej Duży Lotek. Przypomnijmy króciótko zasady (stan na luty 2008): w pojedynczym zakładzie skreślamy 6 liczb z 49. Cena jednego zakładu to 2 zł.

Stoimy przed zadaniem przyporządkowania wypłat do poszczególnych możliwych wyników naszej gry. Jest to pewien problem, bowiem wypłaty te są zmienne. W Regulaminie Gry napisano, że idzie na nie conajmnie 51% wpłaconych przez graczy pieniążków, które z kolei są jeszcze dzielone na wypłatę wygranych I-go, II-go i kolejnych stopni, według określonych w Regulaminie zasad. Zainteresowanych zapraszam na stronę www.lotto.pl. Ja poradziłem sobie w ten sposób, że jako przykładowe wypłaty wziąłem wypłaty z dnia 23.02.2008. Jeśli zależy Ci na większej precyzji, możesz policzyć sobie na przykład średnie poszczególnych wypłat z roku, albo przyjąć najwyższe roczne. Albo policz EX dla największych wypłat z ostatnich 20 lat. W artykule nie chodzi mi tyle o konkretne czepianie się Totka, ale o zaprezentowanie narzędzi, mogących Ci posłużyć w samodzielnej analizie.

Możliwość 1. Jeśli odgadniemy wszystkie sześć z wylosowanych liczb (tzw. „szóstka") wygrywamy 9590344,20 zł (wynik z 23.02.3008), z czego musimy zapłacić 10% podatek, na rączkę mamy więc 8631309,78, oczywiście pomniejszone o koszt zawarcia zakładu 2zł, łącznie wypłata **+863107,78**.

Możliwość 2. Jeśli odgadniemy pięć z wylosowanych szeciu liczb, wygrywamy 4946,30, z czego na rękę (podatek) mamy 4451,67, a więc odejmując 2 zł wydane na kupon wypłata jest tutaj **+4449,67**.

Możliwość 3. Jeśli odgadniemy cztery z wylosowanych sześciu liczb, wygrywamy 137zł (od tak małej kwoty nie trzeba płacić podatku), co po odjęciu pieniążków wydanych na kupon daje nam łączną wypłatę **+135zł**.

Możliwość 4. Jeśli odgadniemy trzy z wylosowanych sześciu liczb, wygrywamy kwotę gwarantowaną 16zł, co po odjęciu pieniążków na kupon daje wypłatę **+14zł**.

Możliwość 5. Jeśli odgadniemy tylko dwie, jedną, lub żadnej z wylosowanych liczb tracimy 2zł wydane na kupon. Wypłata: **-2zł**.

Mamy więc określone wysokości wypłat dla wszystkich możliwych wyników losowania. Zajmijmy się prawdopodobieństwami. Jak określić prawdopodobieństwa zajścia poszczególnych możliwości?

W naszym przykładzie z Dużym Lotkiem wszystkich możliwych zdarzeń będzie bardzo, bardzo dużo. Wypiszę kilka z nich: (1, 4, 17, 34, 35, 42), (15, 26, 31, 19, 41, 46), (1, 2, 3, 4, 5, 46), ... itd. Tych zdarzeń będzie tyle, na ile sposobów możemy wyciągnąć 6 elementów z 49-elementowego zbiorów. Ta liczba to:

$$\binom{49}{6}=\frac{49!}{6!\cdot(49-6)!}=\frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44\cdot43\cdot42\cdot41\cdot...\cdot2\cdot1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot43\cdot42\cdot41\cdot...\cdot2\cdot1}=\frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=13\,983\,816$$

Mamy więc n = 13983816 wszystkich możliwych wyników zdarzenia, co przyda się przy liczeniu prawdopodobieństw zaistnienia poszczególnych możliwości:

Możliwość 1

Spośród 6 wylosowanych wygrywających liczb my skreśliliśmy wszystki 6. Zatem z 6 liczb wybraliśmy 6. Oczywiście nie trzeba tutaj kombinatorycznego (trudne słowo) geniuszu, obliczyć, że mogliśmy to zrobić tylko na jeden sposób. Formalnie policzone wyglądałoby to jednak tak:

$$\binom{6}{6}=\frac{6!}{6!\cdot(6-6)!}=\frac{6!}{6!\cdot0!}=\frac{6!}{6!\cdot1}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=1$$ (Uwaga: z definicji $0!=1$)

Mamy więc tylko jedno zdarzenie realizujące możliwość 1.

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia 1, a więc wylosowania „szóstki" w Totku wynosi:

$$P_1 = \frac{1}{13983816}$$

Możliwość 2

Zgadnęliśmy 5 liczb. Czyli spośród 6 wygrywających liczb wylosowaliśmy 5. Liczymy liczbę takich wylosowanych w losowaniu szóstek, w których jest 5 skreślonych przez nas liczb „wygrywających" i jedna dowolna „niewygrywająca", korzystając z Twierdzenia 1. Na ile sposobów możemy z 6 wygrywających wybrać pięć?

$$\binom{6}{5} = \frac{6!}{5! \cdot (6-5)!} = \frac{6!}{5! \cdot 1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6$$

Na ile sposobów możemy wybrać jedną liczbę „niewygrywającą"? Oczywiście na 43 (tyle liczb nie zostaje wylosowanych w automacie do gry), ale formalnie licząc:

$$\binom{43}{1} = \frac{43!}{1! \cdot (43-1)!} = \frac{43!}{1! \cdot 42!} = \frac{43 \cdot 42 \cdot \ldots \cdot 1}{1 \cdot 42 \cdot \ldots \cdot 1} = \frac{43}{1} = 43$$

Każda piątka wygranych może połączyć się z jedną z 43 liczb niewygranych mamy więc 6 * 43 = 258 mozliwości 2 wylosowania piątki w Duzym Totku.

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia 2, a więc wylosowania „piątki" w Totku wynosi:

$$P_2 = \frac{258}{13983816}$$

Możliwość 3

Zgadnęliśmy 4 liczb spośród 6 wylosowanych.. Liczymy liczbę takich wylosowanych w losowaniu szóstek, w których jest 4 skreślonych przez nas liczb „wygrywających" i 2 „niewygrywające", korzystając z Twierdzenia 1.

Na ile sposobów możemy z 6 wygrywających wybrać 4?

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 15$$

Na ile sposobów możemy wybrać dwie liczby „niewygrywające"? Oczywiście na tyle, na ile ze zbioru 43 możemy wybrać podzbiór 2, czyli:

$$\binom{43}{2} = \frac{43!}{2! \cdot (43-2)!} = \frac{43!}{2! \cdot 41!} = \frac{43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot \ldots \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 41 \cdot \ldots \cdot 1} = 903$$

Każda czwórka wygranych liczb może „połączyć się" z każdą dwójką niewygranych mamy więc 15 * 903 = 13545 mozliwości 3, czyli wylosowania czwórki w Duzym Totku.

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia 3, a więc wylosowania „czwórki" w Totka wynosi:

$$P_3 = \frac{13545}{13983816}$$

Możliwość 4

Zgadnęliśmy 3 liczby spośród 6 wylosowanych.. Liczymy liczbę takich wylosowanych w losowaniu szóstek, w których jest 3 skreślonych przez nas liczb „wygrywających” i 3 „niewygrywające”, korzystając z Twierdzenia 1.

Na ile sposobów możemy z 6 wygrywających wybrać 3?

$$\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!\cdot(6-3)!}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=20$$

Na ile sposobów możemy wybrać trzy liczby „niewygrywające”? Oczywiście na tyle, na ile ze zbioru 43 możemy wybrać podzbiór 3, czyli:

$$\binom{43}{3}=\frac{43!}{3!\cdot(43-3)!}=\frac{43!}{3!\cdot 40!}=\frac{43\cdot 42\cdot 41\cdot\ldots\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 40\cdot\ldots\cdot 1}=12341$$

Każda trójka wygranych liczb może „połączyć się” z każdą trójką niewygranych mamy więc 40 * 12341 = 493640 mozliwości nr 3, czyli wylosowania trójki w Duzym Totku.

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia nr 4, a więc wylosowania „trójki” w Totka wynosi:

$$P_4=\frac{246820}{13983816}$$

Możliwość 5

Na końcu wypadnie nam zliczyć i zsumować liczbę wszystkich zdarzeń, w których wylosowaliśmy 2 liczby spośród 6 wygrywających (i 4 z 43 przegrywających), 1 liczbę spośród 6 wygrywających (i 5 z 43 przegrywających) i wszystkich liczb przegrywających. Nie jest to specjalne trudne, ale zróbmy to trochę na skróty. Od wszystkich zdarzeń (jest ich 13983816) odejmijmy po prostu zdarzenia polegające na wylosowaniu „szóstki”, „piątki”, „czwórki” i „trójki”.Pozostałe zdarzenia będą to właśnie te, których liczbę mamy teraz policzyć:

$$13983816-1-258-13545-493640=13476372$$

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia nr 5, a więc nie wygrania w Totka wynosi:

$$P_5=\frac{13476372}{13983816}(około\, 96\ procent)$$

Mamy zatem policzone wszystkie możliwe wypłaty dla gry Duży Lotek i przyporządkowane im prawdpodobieństwa. Pora na gwóźdź programy. Wyciągamy jakiś lepszy kalkulator i liczymy nasze EX dla tej gry:

$$EX=\frac{1}{13983816}\cdot 8631307{,}78+\frac{258}{13983816}\cdot 4449{,}67+\frac{13545}{13983816}\cdot 135+\frac{246820}{13983816}\cdot 14-\frac{13476372}{13983816}\cdot 2$$

$$EX\approx -0{,}85$$

Jaki stąd wniosek? Gra Duży Lotek jest nieopłacalna dla grającego. Na każdym zakładzie traci On około 85 groszy. Będąc bardziej precyzyjnym: tyle straciłby uczestnicząc w losowaniu z 23.02.2008. Te 85 groszy zdecydowanie lepiej wrzucić do słoika, bo z rachunkowego punktu widzenia wyrzucemy je po prostu przez okno, kupując zakład.

5. Podsumowanie

Dlaczego ludzie zatem grają w Toto Lotka? Co można zarzucić powyższemu rozumowaniu?

Przede wszystkim nie uwzględnia on wszystkich korzyści, odniesionych z zakupienia zakładu. W naszej głowie pojawiają nam się wtedy bardzo przyjemne myśli, wyobrażamy sobie, co zrobimy z wygranymi pieniędzmi itp. Często przestajemy myśleć o naszych problemach (bo jak wygramy, to i tak znikną). Za kilkadziesiąt groszy zakupujemy więc sobie pewnego rodzaju „poprawiacza nastroju” i możemy się śmiało pooszukiwać.

Gry losowe typu wielkich loterii liczbowych bazują także na pewnej psychologicznej ciekawostki w ludzkim myśleniu. Mianowicie człowiek bardzo źle radzi sobie z uwzględnianiem zdarzeń o bardzo małym prawdopodobieństwie. Na przykład wyobrażając sobie prawdopodobieństwo 1 do 1000 i 1 do 1000000 automatycznie wpadamy w myślenie „że to w sumie jedno i drugie bardzo małe, więc na jedno wychodzi”. Tymaczasem to pierwsze jest aż 1000 razy większe od drugiego! Tak samo wiedząc, że prawdopodobieństwo wygranej jest jak jeden do kilkunastu milionów przechodzimy nad tym do porządku dziennego, określając je po prostu jako „malutkie” i liczymy na „szczęście”.

Wykorzystany powyżej mechanizm możemy wykorzystać, do liczenia opłacalności niemal każdej gry hazardowej, z popularniejszych będą to: poker, ruletka, oczko albo blackjack, a nawet zakładów bukmacherskich. Liczyłem EX dla wielu z nich i wszystkie bez wyjątku są niekorzystne dla grającego. W sumie żadne to odkrycie, prawda?