



## SZACOWANIE PARAMETRÓW STRUKTURALNYCH

### Model z jedną zmienną objaśniającą:

Postać ogólna modelu ekonometrycznego:  $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \varepsilon_t$

Postać szacowana (teoretyczna) MNK modelu ekonometrycznego:  $\hat{Y}_t = a_0 + a_1 X_t$

Estymatory MNK parametrów  $\alpha_0$  oraz  $\alpha_1$ :

$$a_1 = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{X})(y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t \cdot y_t) - n \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sum_{t=1}^n x_t^2 - n \cdot (\bar{X})^2}, \quad a_0 = \bar{Y} - a_1 \bar{X}$$

Wartość parametru  $a_1$  informuje, o ile jednostek zmieni się zmienna objaśniana (endogeniczna)  $Y$ , jeśli zmienna objaśniająca (egzogeniczna)  $X$  wzrośnie o 1 jednostkę.

**INTERPRETACJA (ODP.):** Jeśli wartość *...(zmienna X)..* wzrośnie o 1 jednostkę, to wartość *...(zmienna Y)..* wzrośnie (jeśli  $+ a_1$ ) /lub/ spadnie (jeśli  $- a_1$ ) o około *...(wartość  $a_1$ )..* jednostek.

Wartość parametru  $a_0$  wskazuje poziom zmiennej objaśnianej  $Y$  przy zerowym poziomie zmiennej objaśniającej  $X$ .

Dla zmiennych ekonomicznych najczęściej nie podlega interpretacji. Jednak jeśli ma wartość poznawczą i jest ona sensowna, to współczynnik  $a_0$  podlega interpretacji.

### Model z więcej niż jedną zmienną objaśniającą:

Postać ogólna modelu ekonometrycznego:  $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \dots + \alpha_k X_{kt} + \varepsilon_t$

Postać szacowana KMNK modelu ekonometrycznego:  $\hat{Y}_t = a_0 + a_1 X_{1t} + a_2 X_{2t} + \dots + a_k X_{kt}$

Wartości współczynników  $a_k$  obliczane są w sposób macierzowy:  $\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$

gdzie:  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix}$  - wektor ocen parametrów strukturalnych oszacowanych KMNK.



Wartość oszacowanego parametru  $a_k$  informuje, o ile jednostek zmieni się zmienna objaśniana  $Y$ , jeśli zmienna objaśniająca  $X_k$  wzrośnie o 1 jednostkę, przy założeniu stałości pozostałych zmiennych (*lub* niezmiennych wartościach pozostałych zmiennych, *lub ceteris paribus*).

**INTERPRETACJA (ODP.):** Jeśli wartość ...(zmienna  $X_k$ ).. wzrośnie o 1 jednostkę, to wartość ...(zmienna  $Y$ ).. wzrośnie (jeśli  $+a_k$ ) / spadnie (jeśli  $-a_k$ ) o około ...(wartość  $a_k$ )... jednostek, przy założeniu stałości pozostałych zmiennych (*lub* niezmiennych wartościach pozostałych zmiennych, *lub ceteris paribus*).

## MACIERZE $X^T X$ ORAZ $X^T Y$

Wzory na poszczególne elementy macierzy  $X^T X$ ,  $Y^T Y$  i wektora  $X^T Y$  dla modeli z wyrazem wolnym oraz z:

a) jedną zmienną objaśniającą  $X_1$ :

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum x_t \\ \sum x_t & \sum x_t^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \sum y_t \\ \sum x_t y_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \left[ \sum y_t^2 \right]$$

b) dwiema zmiennymi objaśniającymi  $X_1, X_2$ :

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum x_{1t} & \sum x_{2t} \\ \sum x_{1t} & \sum x_{1t}^2 & \sum x_{1t} x_{2t} \\ \sum x_{2t} & \sum x_{2t} x_{1t} & \sum x_{2t}^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \sum y_t \\ \sum x_{1t} y_t \\ \sum x_{2t} y_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \left[ \sum y_t^2 \right]$$