



KURS EKONOMETRIA

LEKCJA 6

Błędy standardowe ocen parametrów.
Istotność parametrów.

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Testowanie istotności zmiennych objaśniających można wykonać:

- a) testem Fishera-Snedecora
- b) tylko testem t-Studenta
- c) tylko uogólnionym testem Walda
- d) testem t-Studenta lub uogólnionym testem Walda

Pytanie 2

Dla następującego modelu ekonometrycznego: $y_t = 7,13 + 10,1454x_1 + 21,84x_2 - 3,84x_3$
w wyniku obliczeń otrzymano następującą macierz kowariancji:

$$D^2(a) = 5,14 \cdot \begin{bmatrix} 2,47 & 1,47 & -0,011 & 0,78 \\ 1,47 & 1,89 & -0,041 & -2,85 \\ -0,011 & -0,041 & 3,33 & 3,73 \\ 0,78 & -2,85 & 3,73 & 1,45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12,6958 & 7,5558 & -0,05654 & 4,0092 \\ 7,5558 & 9,7146 & -0,21074 & -14,649 \\ -0,05654 & -0,21074 & 17,1162 & 19,1722 \\ 4,0092 & -14,649 & 19,1722 & 7,453 \end{bmatrix}$$

Wyznacz poprawny zgodnie z przyjętą konwencją zapis modelu ekonometrycznego wraz z błędami szacunku.

- a) $y_t = 7,13 + 10,1454x_1 + 21,84x_2 - 3,84x_3$
(5,14) (2,47) (1,89) (3,33) (1,45)
- b) $y_t = 7,13 + 10,1454x_1 + 21,84x_2 - 3,84x_3$
(5,14) (12,6958) (9,7146) (17,1162) (7,453)
- c) $y_t = 7,13 + 10,1454x_1 + 21,84x_2 - 3,84x_3$
(2,267) (3,5631) (3,1168) (4,1372) (2,73)
- d) $y_t = 7,13 + 10,1454x_1 + 21,84x_2 - 3,84x_3$
(2,267) (2,47) (1,47) (0,011) (0,78)

Pytanie 3

Czy model z Pytania 2. można ocenić pozytywnie (uwzględniając wielość względnego średniego błędu szacunku)?

- a) tak
- b) nie

Pytanie 4

Uogólniony Test Walda służy do:

- a) badania jednoczesnej istotności wybranego podzbioru zmiennych objaśniających,
- b) badania istotności wpływu zmiennej objaśnianej X_j na zmienną egzogeniczną,
- c) weryfikacji merytorycznej modelu ekonometrycznego,
- d) doboru zmiennych objaśniających.

Pytanie 5

Wskaż prawidłową interpretację dotyczącą testowania istotności zmiennej X_3 wiedząc, że obliczona wartość statystyki $t = 4,697$, zaś wartość krytyczna odczytana z tablic t-Studenta wynosi $t^* = 2,365$

- a) $t < t^*$ - odrzucamy więc hipotezę zerową H_0 na korzyść hipotezy alternatywnej H_1 .
Oznacza to, że zmienna X_3 ma statystycznie istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y .
Prawdopodobieństwo popełnienia błędu polegającego na podjęciu błędnej decyzji weryfikacyjnej wynosi α .
- b) $t > t^*$ - nie ma więc podstaw by odrzucić hipotezę zerową H_0 . Oznacza to, że zmienna X_3 ma statystycznie istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y . Prawdopodobieństwo popełnienia błędu polegającego na podjęciu błędnej decyzji weryfikacyjnej wynosi α .
- c) $t > t^*$ - odrzucamy więc hipotezę zerową H_0 na korzyść hipotezy alternatywnej H_1 .
Oznacza to, że zmienna X_3 ma statystycznie istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y .
Prawdopodobieństwo popełnienia błędu polegającego na podjęciu błędnej decyzji weryfikacyjnej wynosi α .
- d) $t > t^*$ - odrzucamy więc hipotezę zerową H_0 na korzyść hipotezy alternatywnej H_1 .
Oznacza to, że zmienna X_3 nie ma statystycznie istotnego wpływu na zmienną objaśnianą Y . Prawdopodobieństwo popełnienia błędu polegającego na podjęciu błędnej decyzji weryfikacyjnej wynosi α .

Pytanie 6

Standardowe błędy szacunku parametrów strukturalnych modelu liniowego przy wyrazie wolnym i zmiennej x_1 wynoszą odpowiednio: $S(a_0) = 0,5$; $S(a_1) = 4$. Wartości empirycznych statystyk t-Studenta odpowiadających poszczególnym parametrom strukturalnym są równe: $t_0 = 4,5$; $t_1 = 20$. Wyznacz wartości ocen parametrów strukturalnych modelu.

- a) $a_0 = 9$; $a_1 = 5$
- b) $a_0 = 4$; $a_1 = 16$
- c) $a_0 = 2,25$; $a_1 = 80$
- d) $a_0 = 5$; $a_1 = 24$

Pytanie 7

Dane są częściowe wyniki związane z szacowaniem parametrów strukturalnych modelu ekonometrycznego w postaci: $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_3 + \alpha_3 X_4 + \alpha_4 X_5 + \alpha_5 X_7 + \xi$, w którym:

	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%
Przecięcie	-316403,205	33899,021	-9,3336973	0,0002377	-403543,41	-229262,997
X1	2,3602517	0,7225638	3,2664959	0,0222847	0,50284238	4,21766119
X3	22,3634045	4,2024256	5,3215467	0,0031361	11,5607254	33,1660835
X4	5,96761342	0,6139911	9,7193804	0,0001959	4,38929897	7,54592787
X5	4,38584958	0,8845483	4,958292	0,0042544	2,11204569	6,65965347
X7	0,46365427	0,5289197	0,8766061	0,4208144	-0,89597716	1,82328571

Które ze stwierdzeń jest prawdziwe?

- a) Wszystkie zmienne objaśniające są istotne statystycznie.
- b) Zmienne X_3 , X_4 i X_5 są istotne statystycznie.
- c) Zmienna X_7 nie jest istotna statystycznie.
- d) Tylko zmienna X_7 jest istotna statystycznie.

Pytanie 8

Na podstawie KMNK oszacowano parametry liniowego modelu ekonometrycznego

$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \varepsilon$. Częściowe wyniki podane są w tabeli poniżej:

	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%
Przecięcie	-382738,4993	1094365,517	-0,3497	0,73682	-2970501,74	2205024,741
X1	4963,6585	163,3467	30,3872	1,0788E-08	4577,4052	5349,9124
X2	14,1593	13,3299	1,0622	0,32340	-17,3610	45,6796

- a) Parametry modelu są istotne statystycznie.
- b) Tylko parametr α_1 jest istotny statystycznie.
- c) Tylko parametry α_0 i α_2 są istotne statystycznie.
- d) Żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawidłowa.

Pytanie 9

Na podstawie danych z Pytania 8. wskaż prawidłową odpowiedź:

- a) Względny błąd szacunku parametru α_1 jest większy niż 50%.
- b) Względny błąd szacunku parametru α_2 jest mniejszy niż 50%.
- c) Weryfikacja modelu jest pozytywna.
- d) Weryfikacja modelu jest negatywna.

Pytanie 10

Wskaż zdanie prawdziwe na temat własności długości przedziału ufności.

- a) Będzie węższy, im niższa jest wartość błędu standardowego parametru $S(a_i)$.
- b) Będzie węższy, im mniejsza jest liczba liczebność próby n .
- c) Będzie węższy, im mniejsza jest wartość poziomu istotności α .
- d) Będzie węższy, im większa jest wartość poziomu ufności $1 - \alpha$.

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Wykorzystując odpowiednie wzory wyznaczyć średnie oraz względne błędy szacunku parametrów strukturalnych modelu ekonometrycznego z jedną zmienną objaśniającą. Zapisz w pełni oszacowany model (z błędami szacunku poniżej oszacowań parametrów). Czy wszystkie oszacowania parametrów strukturalnych są akceptowalne?

a) $\hat{y} = 44,207 + 0,8208x_1$

Y	63	52	59	61	57	54	69	48	55	71
X	10	12	18	22	17	15	23	18	19	25

b) $\hat{y} = -3,794 - 0,6738x_1$

Y	5	8	7	4	2	9	10	13	14	10
X	12	15	18	13	10	19	21	22	23	25

c) $\hat{y} = -16,034 + 1,7517x_1$

Y	189	201	173	167	127
X	100	120	115	110	90

d) $\hat{y} = 74,505 + 0,2409x_1$

Y	88,9	88,9	89,1	88,7	88	85,9	86	87,2	84,5	88,6	88,4	83,9	92,7	90,3	91,1	95,4	88,7	89
X	57,7	59,3	62	57	52,8	48,2	43,6	48,1	52,9	58	60,1	57,6	60,7	65,1	74,2	76	63,7	65

e) $\hat{y} = 20 + x_1$

Y	40	30	60	50	70	80	80	110	100	130
X	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Zad. 2

Na podstawie poniższych danych wyznacz wariancję odchyłeń losowych S_e^2 oraz średnie błędy szacunku parametrów strukturalnych $S(a_i)$ (z macierzy wariancji i kowariancji ocen parametrów $D^2(a)$) liniowego modelu ekonometrycznego.

a)

t	Y_t	X_{1t}	X_{2t}
1	1	2,5	3
2	3	2	0
3	2	2,5	1
4	4	4	0
5	5	4	1

b)

t	Y_t	X_{1t}	X_{2t}
1	30	4	10
2	20	3	8
3	36	6	11
4	24	4	9
5	40	8	12

c)

t	Y_t	X_{1t}
1	2	2
2	5	4
3	4	3
4	4	2
5	7	6
6	2	1

d)

t	Y_t	X_{1t}	X_{2t}	X_{3t}
1	110	28	1	25
2	125	30	3	20
3	150	48	4	22
4	175	50	2	26
5	180	52	1	20
6	190	49	5	25
7	200	55	3	28
8	210	58	4	30
9	220	66	3	33
10	245	70	6	37

Zad. 3

Oszacowano parametry strukturalne modelu liniowego $\hat{y} = 2,5 + 5,6x_1 - 1,95x_2$ oraz macierz

$D^2(a) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 9 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}$. Liczba obserwacji była równa 12. Wyznacz błędy ocen parametrów tego modelu.

Zad. 4

Wykorzystując poniższe częściowe obliczenia oszacuj parametry strukturalne modelu liniowego $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + \varepsilon_t$ oraz wylicz błędy średnie i względne ich szacunku. Czy dany model można ocenić pozytywnie?

$$\text{a) } X^T X = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}, X^T Y = \begin{bmatrix} 15 \\ 9 \\ 12 \end{bmatrix}, \sum y_t^2 = 56, n = 6 ;$$

$$\text{b) } (X^T X)^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2,25 & 4,5 & -6 \\ 4,5 & 7 & -11 \\ -6 & -11 & 16 \end{bmatrix}, \sum y_t = 40, \sum y_t x_{1t} = 50, \sum y_t x_{2t} = 100,$$

$$\sum y_t^2 = 2815, n = 12 ;$$

$$\text{c) } (X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,7 & -0,2 & -0,4 \\ & 0,2 & -0,1 \\ & & 0,8 \end{bmatrix}, X^T Y = \begin{bmatrix} 18 \\ 33 \\ 11 \end{bmatrix}, \sum y_t^2 = 75,8, n = 6 ;$$

$$\text{d) } X^T X = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 4 & 8 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, X^T Y = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 15 \end{bmatrix}, Y^T Y = [170] ;$$

$$\text{e) } X^T Y = \begin{bmatrix} -1 \\ 0,5 \\ 1,5 \end{bmatrix}, D^2(a) = \begin{bmatrix} 2,25 & 8 & 4 \\ 8 & 2500 & 12 \\ 4 & 12 & 100 \end{bmatrix}, S_e^2 = 4$$

Zad. 5

Ustalono, że funkcja popytu na pewne dobro jest postaci: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t1} + \alpha_2 x_{t2} + \xi_t$, gdzie: y – popyt na buty do biegania (w tys. zł), x_1 - średnia płaca (w tys. zł), x_2 - cena butów do biegania (w zł). Dane są następujące:

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 16 & -12 & -10 \\ -12 & 12 & 6 \\ -10 & 6 & 10 \end{bmatrix}, \quad \sum_{t=1}^7 y_t = 22, \quad \sum_{t=1}^7 x_{t1} y_t = 15, \quad \sum_{t=1}^7 x_{t2} y_t = 7,$$

$$\sum_{t=1}^7 (y_t - \hat{y}_t)^2 = 20.$$

- Oszacuj KMNK parametry strukturalne modelu zawierającego wyraz wolny oraz dokonaj interpretacji tych parametrów.
- Oszacuj ocenę wariancji odchyłeń losowych i odchylenie standardowe reszt modelu.
- Oblicz standardowe i względne średnie błędy szacunku parametrów strukturalnych. Wyniki zinterpretuj.

Zad. 6

W wyniku estymacji parametrów modelu ekonometrycznej postaci:

$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t1} + \alpha_2 x_{t2} + \xi_t$, gdzie: y - cena telefonów komórkowych (w zł), x_1 - średnia płaca (w zł), x_2 - średni czas czuwania baterii (w godzinach). Otrzymano następujące wyniki częściowe:

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{60} \begin{bmatrix} 61 & -35 & -5 \\ -35 & 25 & -5 \\ -5 & -5 & 25 \end{bmatrix}, \quad \sum_{t=1}^{10} y_t = 28, \quad \sum_{t=1}^{10} x_{t1} y_t = 47, \quad \sum_{t=1}^{10} x_{t2} y_t = 9,$$

$$\sum_{t=1}^{10} (y_t - \hat{y}_t)^2 = 7.$$

- Oszacuj KMNK parametry strukturalne modelu zawierającego wyraz wolny oraz dokonaj interpretacji ocen parametrów strukturalnych modelu.
- Oszacuj ocenę wariancji odchyłeń losowych i odchylenie standardowe reszt modelu.
- Oblicz standardowe i względne średnie błędy szacunku parametrów strukturalnych. Wyniki zinterpretuj.

Zad. 7

Oszacowano model ekonometryczny wyjaśniający masę ślimaka winniczka y (w dag)
 $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t1} + \alpha_2 x_{t2} + \xi_t$ w zależności od x_1 - wymiarów muszli (w mm) oraz x_2 - wieku ślimaka (w miesiącach). W wyniku estymacji parametrów modelu ekonometrycznego otrzymano następujące wyniki cząstkowe:

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 \\ -4 & 8 & -2 \\ 4 & -2 & 8 \end{bmatrix}, \quad X^T Y = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \\ 23 \end{bmatrix}, \quad \sum_{t=1}^{10} (y_t - \hat{y}_t)^2 = 133.$$

- Oszacuj KMNK parametry strukturalne modelu zawierającego wyraz wolny oraz dokonaj interpretacji ocen parametrów strukturalnych modelu,
- Oszacuj ocenę wariancji odchyleń losowych i odchylenie standardowe reszt modelu.
- Oblicz standardowe i względne średnie błędy szacunku parametrów strukturalnych. Wyniki zinterpretuj.

Zad. 8

Na podstawie poniższych danych odczytaj wartości krytyczne t^* z tablic rozkładu t-Studenta

- $\alpha = 0,05 ; k = 2 ; n = 15$
- $\alpha = 0,05 ; k = 2 ; n = 23$
- $\alpha = 0,05 ; k = 3 ; n = 26$
- $\alpha = 0,05 ; k = 5 ; n = 17$
- $\alpha = 0,01 ; k = 2 ; n = 16$
- $\alpha = 0,01 ; k = 4 ; n = 27$
- $\alpha = 0,1 ; k = 2 ; n = 10$
- $\alpha = 0,1 ; k = 6 ; n = 23$
- $\alpha = 0,005 ; k = 2 ; n = 18$
- $\alpha = 0,02 ; k = 3 ; n = 9$
- $\alpha = 0,001 ; k = 3 ; n = 22$
- $\alpha = 0,15 ; k = 4 ; n = 13$
- $\alpha = 0,20 ; k = 5 ; n = 27$
- $\alpha = 0,5 ; k = 3 ; n = 10$
- $\alpha = 0,07 ; k = 2 ; n = 21$

Zad. 9

Na podstawie 20-miesięcznych danych oszacowano następujący model ekonometryczny. Która ze zmiennych jest istotna statystycznie na poziomie istotności $\alpha = 0,05$?

$$y_t = 0,01 - 0,02x_1 - 0,015x_2 - 0,0013x_3 + 0,014x_4$$

$(0,007) \quad (0,01) \quad (0,0001) \quad (0,0012)$

Zad. 10

Na podstawie danych statystycznych pochodzących z 16 województw oszacowano parametry strukturalne oraz standardowe błędy szacunku parametrów strukturalnych modelu liniowego opisującego zależność wartości sprzedaży w mln zł (Y) sieci handlowych od liczby sklepów (X_1) i zatrudnienia (X_2).

$$y_t = -0,0015 + 2,45x_1 + 0,84x_2$$

$(0,116) \quad (1,013) \quad (0,23)$

Zbadaj istotność parametrów strukturalnych przy zmiennych objaśniających X_1 i X_2 na poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

Zad. 11

Na podstawie danych statystycznych pochodzących z 10 lat oszacowano parametry strukturalne oraz standardowe błędy szacunku parametrów strukturalnych modelu liniowego opisującego zależność rozmiarów produkcji Y od zatrudnienia X_1 oraz mocy maszyn X_2 .

$$Y_t = 55 + 25,3X_1 + 11,4X_2$$

$(6,6) \quad (7,05) \quad (8,36)$

Na poziomie istotności $\alpha = 0,1$ zbadaj, czy zmienne objaśniające X_1 i X_2 mają istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y.

Zad. 12

Oszacowano model ekonometryczny popytu na tablety w Łodzi:

$$Y_t = 14,6 - 0,93X_1 + 1,4X_2 + 2t$$

$(4,85) \quad (0,46) \quad (0,1) \quad (0,7)$, $R^2 = 0,88$, $n = 15$

w którym: Y_t - kwartalna sprzedaż tabletów (w mln. zł), X_{1t} - przeciętna cena tabletu (w tys. zł), X_{2t} - przeciętne miesięczne wynagrodzenie (w tys. zł). Podaj interpretację parametrów. Oceń jakość oszacowania modelu. Na poziomie istotności 0,05 zbadaj, czy zmienne objaśniające X_1 i X_2 mają istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y.

Zad. 13

Na podstawie kwartalnych danych z lat 2007-2010 oszacowano parametry modelu i otrzymano: $y_t = 101 + 14x_1 + 2,5x_2$. Wiadomo, że macierz wariancji i kowariancji ocen

parametrów strukturalnych dla tego modelu jest następująca:

$$\begin{bmatrix} 104,1 & -49,8 & -19,6 \\ \bullet & 24,1 & 9 \\ \bullet & \bullet & 5,3 \end{bmatrix}$$

Na poziomie istotności 0,01 zbadaj istotność parametrów przy zmiennych X_1 i X_2 .

Czy zmienne te wywierają istotny wpływ na zmienną objaśnianą?

Zad. 14

Na podstawie osiemnastu obserwacji oszacowano model: $y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 z + \varepsilon$ i otrzymano:

$y = 3 + 0,2x - 10z$. Wiadomo, że oszacowanie wariancji składnika losowego wynosi 2, a

macierz $(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,95 & 0,25 & -1 \\ 0,25 & 0,25 & -0,5 \\ -1 & -0,5 & 1,5 \end{bmatrix}$. Zbadaj istotność parametrów strukturalnych przy

zmiennych objaśniających. Przyjmij poziom istotności 0,05. Podaj wnioski.

Zad. 15

Na podstawie 20 pomiarów oszacowano parametry strukturalne oraz wariancje ocen parametrów strukturalnych: $\hat{Y}_t = 9 + 7X_{t1} + 3X_{t2}$, $S^2(a_0) = 9$, $S^2(a_1) = 16$, $S^2(a_2) = 4$.

Na poziomie istotności 0,05 zweryfikuj hipotezy o istotności parametrów strukturalnych modelu.

Zad. 16

Na podstawie 30-sto elementowej próby oszacowano parametry strukturalne oraz standardowe błędy szacunku parametrów strukturalnych następującego modelu:

$$Y_t = 110 + 18X_1 + 8X_2 - 10X_3$$

(15) (6) (12) (2)

Na poziomie istotności 0,01 zbadaj czy zmienne objaśniające X_1 i X_3 w powyższym modelu mają istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y .

Zad. 17

Oszacowano parametry modelu opisującego w latach 2000-2016 Y – wielkość sprzedaży [w tonach] w zależności od trzech czynników: P – cena produktu [w zł], C – ilość punktów sprzedaży, R – wydatki na reklamę [w tys. zł]. Otrzymano model postaci:

$\hat{Y} = 6 - 0,81P + 90C + 55R$. Współczynnik determinacji wynosi 0,88. Na głównej przekątnej macierzy wariancji i kowariancji znajdują się liczby 1; 0,36; 64; 25 w kolejności od lewego do prawego rogu. Czy cena produktu wpływa na wielkość sprzedaży? Uzasadnij przyjmując odpowiednią hipotezę przy poziomie istotności $\alpha = 0,01$.

Zad. 18

W celu zbadania zmienności koniunktury giełdowej (mierzonej zmiennością indeksu WIG) oszacowano model na podstawie 20 danych miesięcznych:

$$\hat{Y} = 0,02 - 0,01X_1 - 0,0122X_2 - 0,009X_3 + 0,03X_4, \text{ gdzie:}$$

Y - stopa zwrotu obliczona z indeksu giełdowego WIG,

X_1 - przyrost stopy WIBOR (w punktach procentowych),

X_2 - miesięczna stopa inflacji,

X_3 - łączna wartość nowych emisji oferowanych publicznie (w mln zł),

X_4 - saldo obrotów handlu zagranicznego (w mln zł) (z plusem nadwyżka, z minusem deficyt).

Obliczono współczynnik determinacji dla tego modelu: $R^2 = 0,85$. Zbadaj łączną istotność parametrów w tym modelu.

KONIEC