



KURS EKONOMETRIA

LEKCJA 8

Prognostowanie na podstawie
modelu ekonometrycznego

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Predykcja ekonometryczna:

- a) polega na sprawdzeniu własności składnika losowego oraz założeń KMNK,
- b) to proces wnioskowania w przyszłość na podstawie modelu ekonometrycznego,
- c) polega na analizie szeregów czasowych i wyodrębnieniu jego składowych,
- d) służy do zbadania stabilności postaci analitycznej oraz stabilności parametrów modelu ekonometrycznego.

Pytanie 2

Test specyfikacji Ramsey RESET stosuje się do weryfikacji hipotezy o:

- a) dopuszczalności prognozy,
- b) normalnym rozkładzie składnika losowego,
- c) stabilności parametrów modelu,
- d) poprawności specyfikacji modelu, czyli stabilności postaci analitycznej modelu (zależności liniowej modelu).

Pytanie 3

Średni błąd prognozy *ex ante* informuje o:

- a) jaki procent przeciętnej prognozy wynosi średnie obciążenie *ex ante* predykcji,
- b) ile oszacowana wartość zmiennej prognozowanej średnio odchyła się od wartości zmiennej prognozowanej,
- c) jaki procent przeciętnej rzeczywistej realizacji zmiennej prognozowanej stanowi błąd *ex ante* predykcji,
- d) żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawdziwa.



Pytanie 4

Weryfikacji predykcji ekonometrycznej w momencie jej wyznaczania można dokonać na podstawie:

- a) współczynnika Theil'a,
- b) średniego absolutnego błędu predykcji ex post,
- c) względnego średniego błędu predykcji ex ante,
- d) żadne z powyższych nie jest poprawne.

Pytanie 5

Co charakteryzuje prognozę punktową?

- a) dokładny wynik,
- b) łatwa interpretacja wyniku,
- c) szybkość wykonywanych obliczeń,
- d) łatwy do zbudowania przedział ufności prognozy.

Pytanie 6

Które ze zdań nie charakteryzuje równania modelu trendu?

- a) W modelu tym zmienna endogeniczna jest funkcją zmiennej czasowej t oraz składnika losowego.
- b) Stosujemy go, jeżeli interesuje nas kształtowanie się zmiennej objaśnianej Y w czasie, nie zaś gdy interesują nas przyczyny kształtowania się tej zmiennej (lub gdy ogólnie są one nieznane).
- c) Model trendu liniowego jest szczególnym przypadkiem modelu jednorównaniowego, w którym zmienną objaśniającą jest czas.
- d) Oprócz zmiennej czasowej t występują tutaj inne zmienne objaśniające o wartościach „0” oraz „1” (zmienne jakościowe).

Pytanie 7

Trend liniowy zużycia środków do prania (w kg/osobę) w kolejnych latach od 2010 do 2014 roku ma postać: $\hat{y} = 5,4 + 0,8t$, $R^2 = 94\%$, $S_e = 0,37$. Na podstawie tych informacji można stwierdzić, że:

- a) prognoza punktowa zużycia środków do prania na 2015 r. wynosi 6,2 (kg/osobę);
- b) prognoza punktowa zużycia środków do prania na 2015 r. wynosi 10,2 (kg/osobę);
- c) prognoza punktowa zużycia środków do prania na 2015 r. wynosi 9,4 (kg/osobę), zaś dopasowanie modelu do danych jest bardzo dobre (zmiennosc zmiennej objaśnianej została wyjaśniona przez funkcję trendu w 94%);
- d) prognoza punktowa zużycia środków do prania na 2015 r. wynosi 10,2 (kg/osobę), zaś dopasowanie modelu do danych jest dobre (zmiennosc zmiennej objaśnianej została wyjaśniona przez funkcję trendu w 37%).

Pytanie 8

Na podstawie danych z lat 1995-2015 oszacowano model ekonometryczny w postaci:

$\hat{y}_t = 0,5 + 3x_{1t} - 2x_{2t}$. Funkcje trendu zmiennych objaśniających są następujące:

$\hat{x}_1 = 4 + 0,25t$ oraz $\hat{x}_2 = 1 + 5t$. Prognoza punktowa na 2019 rok zmiennej objaśnianej wynosi:

- a) 263,25
- b) -26,5
- c) -18665,25
- d) -240,75

Pytanie 9

Na podstawie danych z lat 1995-2015 oszacowano model ekonometryczny w postaci:

$\hat{y}_t = 3 + x_{1t} + 9x_{2t} - 5x_{3t}$. Prognoza na 2018 rok jest następująca: $x_1^* = 4$, $x_2^* = 1$, $x_3^* = 1,5$.

Wyliczono również średni błąd predykcji *ex ante* wynoszący 0,7. Prognozę tę można uznać za:

- a) bardzo dobrą
- b) dobrą
- c) dopuszczalną
- d) niedopuszczalną

Pytanie 10

Który z wzorów przedstawia przedział ufności dla zmiennej prognozowanej?

- a) $P\left(y_{\tau}^* + t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P \leq y_{\tau} \leq y_{\tau}^* - t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P\right) = 1 - \alpha$
- b) $P\left(y_{\tau}^* - t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P \leq y_{\tau} \leq y_{\tau}^* + t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P\right) = \alpha$
- c) $P\left(y_{\tau}^* - t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P \leq y_{\tau} \leq y_{\tau}^* + t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P\right) = 1 - \alpha$
- d) $P\left(y_{t-1} - t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_e^2 \leq y_{\tau} \leq y_{t-1} + t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_e^2\right) = 1 - \alpha$

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Na podstawie informacji o średnich rocznych wydatkach na książki [w zł] Y_t , średniej cenie książki [w zł] X_1 oraz dochodzie konsumenta [w tys. zł] X_2 w latach 2000-2016 oszacowano następujący model ekonometryczny:

$$y_t = 164,3 - 2,6x_{1t} + 45,965x_{2t}.$$

- a) Wyznacz prognozę wielkości wydatków na zakup książek na 2017 rok, wiedząc że planowane wartości zmiennych objaśniających będą następujące:

$$x_{17}^* = 25 \text{ zł}, \quad x_{27}^* = 1,95 \text{ tys. zł}.$$

- b) Dokonaj oceny dokładności ustalonej predykcji obliczając wariancję i błąd średni predykcji (*ex ante*) wiedząc, że ocena wariancji składnika losowego $S_e^2 = 1,362$, a macierz odwrotna do macierzy $X^T X$ jest następująca:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 9,89 & -23 & -9 \\ -23 & 4,69 & -14 \\ -9 & -14 & 8,64 \end{bmatrix}.$$

- c) Dokonaj oceny dokładności ustalonej predykcji obliczając błąd prognozy (*ex post*) przy założeniu, że zrealizowane roczne wydatki na książki w roku 2017 wyniosły 194 zł.
- d) Wyznacz prognozę przedziałową dla rozpatrywanego okresu na poziomie $\alpha = 0,05$.

Zad. 2

Na podstawie informacji o wielkości popytu na masło „Osełka” [w tys. zł] Y_t , cenie masła „Osełka” [w zł] X_1 , cenie masła „MargoMix” [w zł] X_2 oraz dochodzie konsumenta [w tys. zł] X_3 w latach 2006-2015 oszacowano następujący model ekonometryczny:

$$y_t = 16,42 - 0,947x_{1t} - 0,539x_{2t} + 4,65x_{3t}.$$

- a) Wyznacz prognozę wielkości popytu na masło „Osełka” na 2016 rok, wiedząc że na podstawie planu dla 2016 r. :

$$X_{2016}^{*T} = [1 \quad 4,5 \quad 3 \quad 3,55].$$

- b) Dokonaj oceny dokładności ustalonej predykcji obliczając wariancję i błąd średni predykcji (*ex ante*) wiedząc, że ocena wariancji składnika losowego $S_e^2 = 0,04$, a macierz odwrotna do macierzy $X^T X$ jest następująca:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2,36 & -25,6 & 4,12 & -9,41 \\ -25,6 & 0,05 & 4,65 & 18,4 \\ 4,12 & 4,65 & 14,9 & -21,7 \\ -9,41 & 18,4 & -21,7 & 4,13 \end{bmatrix}.$$

- c) Dokonaj oceny dokładności ustalonej predykcji obliczając błąd prognozy (*ex post*) przy założeniu, że zrealizowana wielkość popytu na rozpatrywany wyrób wyniosła 25,6 tys. zł.
- d) Wyznacz prognozę przedziałową wielkości popytu na masło „Osełka” na okres $\tau = 2016$ r.

Zad. 3

Dany jest model ekonometryczny $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \varepsilon_t$, $t=1,2,\dots,6$. Zebrano dane statystyczne:

$$Y^T = [5 \ 8 \ 10 \ 14 \ 15 \ 20], \quad X^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -5 & -2 & 1 & 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ponadto wiadomo, że $X_7^* = 7$. Wyznacz prognozę wartości zmiennej endogenicznej dla okresu $t = 7$. Oblicz względny średni błąd predykcji *ex ante*.

Zad. 4

Na podstawie danych z lat 2000-2016 oszacowano model ekonometryczny postaci:

$$\hat{y}_t = 120 + 20x_{1t} + 15x_{2t}, \quad t = 1,2,\dots,17. \text{ Oszacowana wariancja składnika losowego wynosi}$$

$S_e^2 = 173$, a macierz kowariancji estymatorów oszacowań parametrów jest równa:

$$D^2(a) = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & 6 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}. \text{ Ponadto znane są trendy zmiennych objaśniających dla } t = 1,2,\dots,17:$$

$\hat{x}_{1t} = 5 + 0,4t$ oraz $\hat{x}_{2t} = 24 + 0,8t$. Przy założeniu, że składniki losowe modelu opisującego zmienność zmiennej Y mają rozkład normalny $N(0, \sigma^2)$ oraz przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,1$ wyznacz prognozę punktową oraz przedziałową na rok $\tau = 2019$.

Zad. 5

Dany jest oszacowany model autoregresyjny: $\hat{Y}_t = 8 + 0,25Y_{t-1}$. Podać prognozę wartości zmiennej Y dla $t = 12$ i błąd tej prognozy wiedząc, że:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2,53 & -0,22 \\ -0,22 & 0,02 \end{bmatrix}, \quad S_e^2 = 144, \quad Y_{11} = 4.$$

Zad. 6

Na podstawie danych:

t	y _t	x _{1t}	x _{2t}
1	2	0	0
2	4	1	0
3	6	0	1
4	8	2	1

oszacowano model postaci: $\hat{y}_t = 2,4 + 1,2x_{1t} + 3,4x_{2t}$. Wariancja odchyłeń losowych wynosi $S_e^2 = 0,4$. Macierz wariancji i kowariancji parametrów strukturalnych ma postać:

$$D^2(a) = \begin{bmatrix} 0,24 & -0,08 & -0,16 \\ -0,08 & 0,16 & -0,08 \\ -0,16 & -0,08 & 0,44 \end{bmatrix}.$$

Wyznacz prognozę punktową i przedziałową na okres $\tau = 5$ przy następujących wartościach zmiennych objaśniających na okres prognozowany: $x_{1\tau}^* = 3$, $x_{2\tau}^* = 2$. Oszacuj średni błąd tej prognozy dla $\alpha = 0,05$.

Zad. 7

Dla poniższych danych oszacuj trend liniowy:

Rok	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Wynagrodzenie brutto [zł] (X)	1401	1499	1601	1699	1701	1799	2001

Wyznacz prognozę punktową na rok 2018.

Zad. 8

Zużycie energii elektrycznej w pewnym zakładzie w miesiącach od maja ($t = 1$) do września ($t = 5$) przedstawia się następująco (w tys. kWh):

Miesiące	1	2	3	4	5
Zużycie energii	10	15	18	21	21

- Na podstawie powyższych danych wyznacz parametry funkcji trendu oraz je zinterpretuj.
- Oblicz, jakiego zużycia energii można się spodziewać w październiku.

Zad. 9

Spożycie cukru (w kg na osobę) w latach 2011-2015 w wybranych do badań rodzinach podane jest w poniższej tabeli:

Lata	2011	2012	2013	2014	2015
Spożycie cukru	40,5	41,0	44,5	46,9	40,9

- Wyznacz parametry a i b trendu liniowego.
- Zinterpretuj parametr a .
- Oszacuj wielkość spożycia cukru w latach 2016 i 2018.
- Wiedząc, że spożycie cukru w wybranych rodzinach w roku 2016 wyniosło kg/osobę, natomiast w roku 2018 wyniosło kg/osobę, oblicz błąd predykcji ex post. Dokonaj oceny otrzymanych prognoz.

Zad. 10

Zmiany spożycia czekolady [kg/osobę] w latach 2007-2017 opisuje trend liniowy wyznaczony dla danych rocznych: $\hat{y} = 0,68t + 0,84$. Wykorzystując równanie trendu oszacuj spożycie czekolady w roku 2020.

Zad. 11

Dany jest model ekonometryczny z dwiema zmiennymi objaśniającymi oraz z wyrazem wolnym. Wartości zmiennych objaśniających w okresie prognozowania są równe $X^* = [3, 6]$ zaś wektor oszacowań parametrów modelu jest równy $a = [2, 5, 3]$. Na podstawie modelu dokonano prognozy wartości zmiennej objaśnianej. Ile wynosi wartość tej prognozy?



Zad. 12

Wartość prognozowana na rok 2020 zmiennej Y z modelu z trzema zmiennymi objaśniającymi wynosi 289, zaś średni błąd tej prognozy wynosi 34,75. Kwartalne dane do modelu pochodziły z lat 2014-2017. Jaki jest przedział ufności tej zmiennej prognozowanej?

KONIEC