



KURS FUNKCJE

LEKCJA 4 PODSTAWOWA Funkcja kwadratowa

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Postać funkcji kwadratowej, która zawiera współrzędne wierzchołka paraboli, to postać:

- a) wierzchołkowa
- b) kanonowa
- c) kanoniczna
- d) iloczynowa

Pytanie 2

Postać funkcji kwadratowej, która zawiera miejsca zerowe danej funkcji, to postać:

- a) zerowa
- b) kanoniczna
- c) ilorazowa
- d) iloczynowa

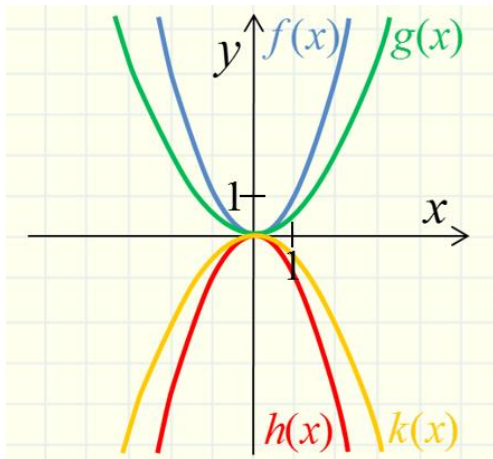
Pytanie 3

Jeśli funkcja kwadratowa ma wzór $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$, a jej wykres przechodzi przez punkt $A = (1, 4)$, to:

- a) $a = 4$
- b) $a = 2$
- c) $a = -4$
- d) $a = -2$

Pytanie 4

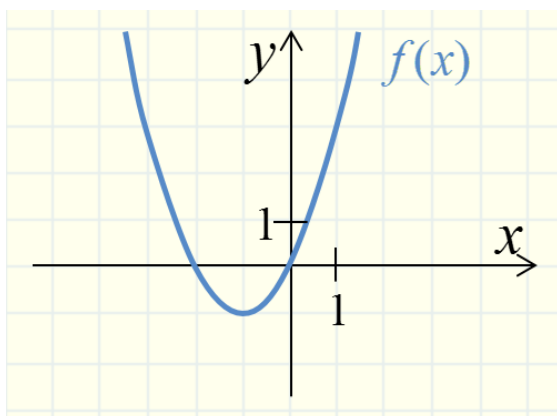
Wskaż prawidłowe dopasowanie wykresów funkcji przedstawionych na rysunku do wzorów:



- a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$; $g(x) = x^2$; $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$; $k(x) = -x^2$
- b) $f(x) = x^2$; $g(x) = \frac{1}{2}x^2$; $h(x) = -x^2$; $k(x) = -\frac{1}{2}x^2$
- c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$; $g(x) = -x^2$; $h(x) = \frac{1}{2}x^2$; $k(x) = x^2$
- d) $f(x) = -x^2$; $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$; $h(x) = x^2$; $k(x) = \frac{1}{2}x^2$

Pytanie 5

Wskaż wzór funkcji przedstawionej na poniższym wykresie:



- a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$
- b) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
- c) $f(x) = x^2 + 2x$
- d) $f(x) = x^2 - 2x$

Pytanie 6

Postać kanoniczna funkcji $f(x) = x^2 + 2x - 8$ to:

- a) $f(x) = (x-1)^2 + 9$
- b) $f(x) = (x+1)^2 + 9$
- c) $f(x) = (x-1)^2 - 9$
- d) $f(x) = (x+1)^2 - 9$

Pytanie 7

Postać iloczynowa funkcji $f(x) = x^2 + 4x - 21$ to:

- a) $f(x) = (x-3)(x+7)$
- b) $f(x) = (x-3)(x-7)$
- c) $f(x) = (x+3)(x+7)$
- d) $f(x) = (x+3)(x-7)$

Pytanie 8

Oś symetrii wykresu funkcji kwadratowej ma równanie:

- a) $x = \frac{x_1 - x_2}{2}$
- b) $x = b^2 - 4ac$
- c) $x = p$
- d) $x = q$

Pytanie 9

Jeśli wykresem funkcji jest parabola o ramionach skierowanych w górę, to zbiór wartości tej funkcji to:

- a) $(-\infty, q)$
- b) $(-\infty, p)$
- c) $\langle q, +\infty)$
- d) $\langle p, +\infty)$



Pytanie 10

Jeśli wykresem funkcji jest parabola o ramionach skierowanych w dół, to maksymalne przedziały monotoniczności to:

- a) $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, q)$; $f \searrow$ dla $x \in \langle q, +\infty$
- b) $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, p)$; $f \searrow$ dla $x \in \langle p, +\infty$
- c) $f \searrow$ dla $x \in (-\infty, q)$; $f \nearrow$ dla $x \in \langle q, +\infty$
- d) $f \searrow$ dla $x \in (-\infty, p)$; $f \nearrow$ dla $x \in \geq \langle p, +\infty$

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Wyznacz postać kanoniczną podanej funkcji kwadratowej:

- a) $f(x) = x^2 - 2x + 5$
- b) $f(x) = x^2 + 6x + 16$
- c) $f(x) = x^2 - 8x + 10$
- d) $f(x) = x^2 + 16x + 50$
- e) $f(x) = -x^2 - 8x - 14$
- f) $f(x) = 2x^2 - 4x - 4$
- g) $f(x) = -3x^2 + 12x - 12$
- h) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 6x + 14$

Zad. 2

Wyznacz, o ile istnieje, postać iloczynową podanej funkcji kwadratowej:

- a) $f(x) = x^2 - 7x + 12$
- b) $f(x) = x^2 + 2x - 8$
- c) $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$
- d) $f(x) = -x^2 - 5x - 4$
- e) $f(x) = x^2 + 4x + 4$
- f) $f(x) = -x^2 + \frac{1}{4}$
- g) $f(x) = -4x^2 + 4x - 3$
- h) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$

Zad. 3

Wyznacz postać ogólną podanej funkcji kwadratowej:

a) $f(x) = (x+6)(x-2)$

b) $f(x) = (x+2)^2 - 4$

c) $f(x) = 2(x-1)^2 + 4$

d) $f(x) = -(x+1)(x-3)$

e) $f(x) = 4(x-2)^2$

f) $f(x) = \frac{1}{2}(x-6)^2 - 10$

g) $f(x) = 4(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})$

h) $f(x) = -(x+\frac{1}{2})^2$

Zad. 4

Wyznacz miejsca zerowe podanej funkcji kwadratowej:

a) $f(x) = x^2 - 1$

b) $f(x) = x^2 - 2x - 24$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

d) $f(x) = 3x^2 + 12$

e) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$

f) $f(x) = -x^2 + 12x - 36$

g) $f(x) = 3x^2 - x$

h) $f(x) = (x+4)(x-2)$

i) $f(x) = 2(x-3)(x-7)$

j) $f(x) = 2x(x-1)$

k) $f(x) = -5(x+4)^2$

l) $f(x) = \frac{1}{2}(x-5)(x+5)$

Zad. 5

Wyznacz współrzędne wierzchołka, równanie osi symetrii, zbiór wartości i przedziały monotoniczności podanej funkcji kwadratowej:

a) $f(x) = (x-4)^2 + 2$

b) $f(x) = 2(x+1)^2 - 5$

c) $f(x) = -(x+3)^2 + 2$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$

e) $f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2$

f) $f(x) = x^2$

Zad. 6

Wyznacz miejsca zerowe, współrzędne wierzchołka, zbiór wartości, równanie osi symetrii i przedziały monotoniczności podanej funkcji kwadratowej:

a) $f(x) = x^2 + 4x + 9$

b) $f(x) = x^2 - 16x + 60$

c) $f(x) = -x^2 - 2x + 8$

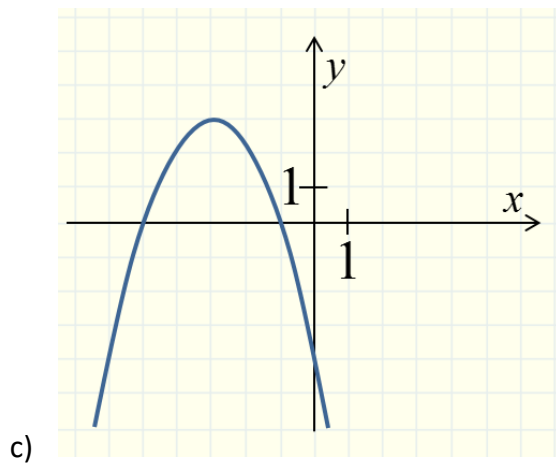
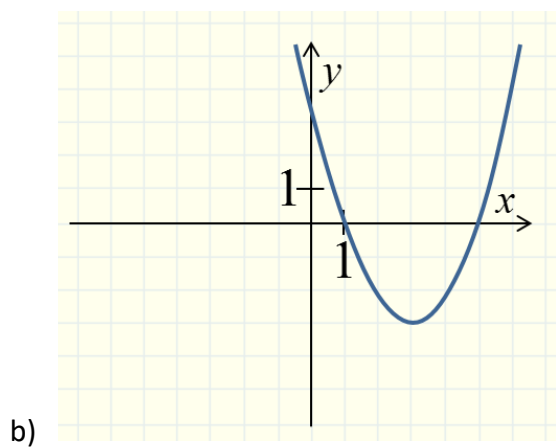
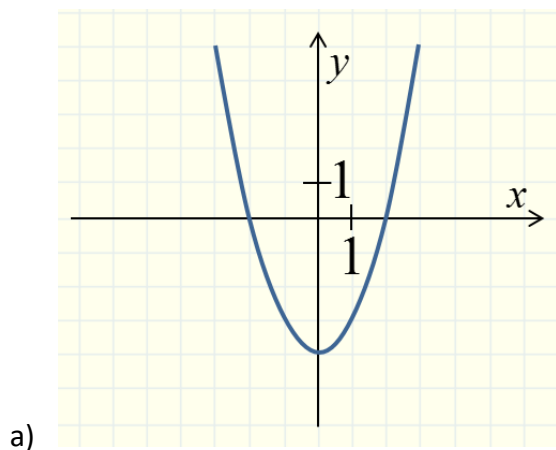
d) $f(x) = x^2 + 10x$

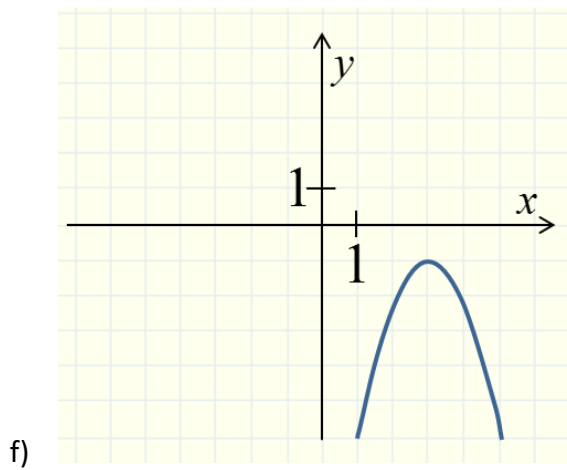
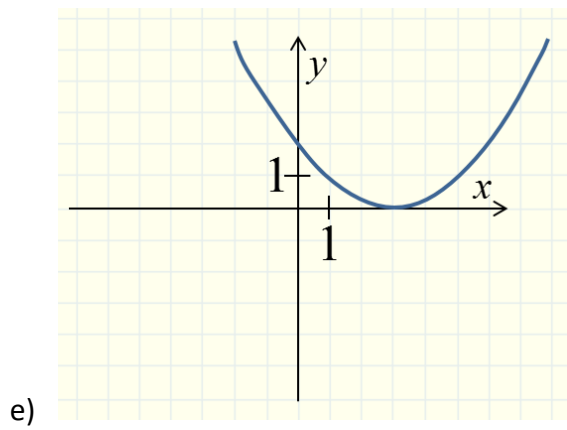
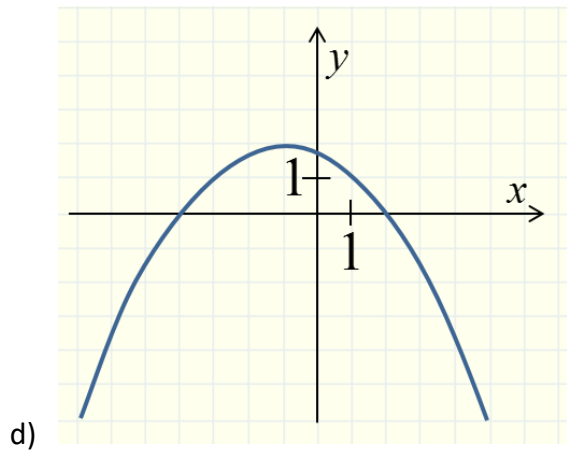
e) $f(x) = -x^2 + 4x - 6$

f) $f(x) = 2x^2 - 12x + 18$

Zad. 7

Wyznacz miejsca zerowe, współrzędne wierzchołka, zbiór wartości, równanie osi symetrii i przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej przedstawionej na wykresie:





Zad. 8

Naszkić wykres podanej funkcji kwadratowej :

- a) $f(x) = x^2 - 8x + 12$
- b) $f(x) = -x^2 + 8x - 15$
- c) $f(x) = -x^2 + 2x - 5$
- d) $f(x) = 2x^2 + 4x - 48$
- e) $f(x) = x^2 + 6x + 9$
- f) $f(x) = -2x^2 + 2$
- g) $f(x) = 3x^2 + 1$
- h) $f(x) = -x^2 + 10x - 25$

Zad. 9

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, jeśli wiadomo, że:

- a) wierzchołek ma współrzędne $W = (-2, 4)$ oraz wykres przechodzi przez punkt $A = (0, 0)$
- b) oś symetrii ma równanie $x = 4$, wartością największą jest liczba 6 oraz wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych
- c) miejscami zerowymi są liczby 2 i 4 oraz wykres przechodzi przez punkt $A = (1, 3)$
- d) osiąga wartość najmniejszą równą 0 dla $x = 4$ oraz wykres przecina oś OY w punkcie $(0, 4)$
- e) zbiorem wartości jest przedział $(-\infty, 4)$, a miejscami zerowymi są liczby 1 i 5
- f) przyjmuje wartości dodatnie dla $x \in (-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$ oraz przechodzi przez punkt $A = (1, -30)$

Zad. 10

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej f w podanym przedziale domkniętym:

- a) $f(x) = x^2 + 4x + 6, x \in \langle -4, 4 \rangle$
- b) $f(x) = -x^2 + 6x + 10, x \in \langle 0, 4 \rangle$
- c) $f(x) = 2x^2 - 4x + 1, x \in \langle 3, 5 \rangle$
- d) $f(x) = x^2 - 8, x \in \langle 0, 3 \rangle$
- e) $f(x) = -2x^2 + 12x, x \in \langle 2, 4 \rangle$
- f) $f(x) = -x^2 - 10x + 2, x \in \langle -3, 0 \rangle$

Zad. 11

Prędkość samochodu jadącego po specjalnym torze wyścigowym wyraża się wzorem

$$V = -\frac{1}{30}t^2 + 2t, \text{ gdzie } t \text{ oznacza czas jazdy w sekundach, a } V \text{ prędkość } \frac{m}{s} \text{ osiąganą w danej}$$

sekundzie jazdy. Jaką największą prędkość osiąga samochód na tym torze i w której

sekundzie to następuje? Prędkość wyraż w $\frac{m}{s}$ oraz w $\frac{km}{h}$. Jak długo trwa jazda po tym

torze?

Zad. 12

Wydajność pewnej maszyny produkcyjnej wyraża się wzorem $y = \frac{4}{25}(x - 6)^2 + 6$, gdzie x

oznacza daną godzinę pracy maszyny oraz $x \in \langle 1, 8 \rangle$, a y - ilość wykonywanych elementów w

danej godzinie. Jaka jest największa, a jaka najmniejsza ilość elementów wykonywanych w trakcie pracy maszyny?

Zad. 13

Liczbę 124 przedstaw w postaci sumy dwóch liczb tak, aby suma ich kwadratów była najmniejsza.



Zad. 14

Suma długości podstawy trójkąta i wysokości opuszczonej na tę podstawę wynosi 12. Wyznacz długość podstawy i wysokość trójkąta tak, aby jego pole było największe z możliwych. Oblicz to pole.

Zad. 15

Ogrodnik ma do dyspozycji 20 m ogrodzenia, z którego chce zbudować zagrodę. Jakie wymiary musi mieć ta zagroda, aby jej pole powierzchni było największe? Oblicz to pole.

KONIEC