



KURS FUNKCJE

LEKCJA 4 ROZSZERZONA Funkcja kwadratowa

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Dana jest funkcja $f(x) = ax^2 + bx + c$. Jeśli $a > 0$ oraz $c < 0$, to:

- a) nie ma miejsc zerowych
- b) ma jedno miejsce zerowe
- c) ma dwa miejsca zerowe
- d) nie można tego stwierdzić

Pytanie 2

Dana jest funkcja $f(x) = ax^2 + bx + c$. Jeśli $a > 0$, $b > 0$ oraz $c > 0$, to:

- a) nie ma miejsc zerowych
- b) ma jedno miejsce zerowe
- c) ma dwa miejsca zerowe
- d) nie można tego stwierdzić

Pytanie 3

Dla funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ prawdziwy jest wzór:

- a) $x_1 + x_2 = \frac{b}{a}$
- b) $x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$
- c) $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$
- d) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Pytanie 4

Dla funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ prawdziwy jest wzór:

a) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2}{a^2}$

b) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}$

c) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2}{a^2} + 2\frac{c}{a}$

d) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{c^2}{a^2}$

Pytanie 5

Jeśli dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + c}$ jest zbiór liczb rzeczywistych, to:

a) $c > 1$

b) $c < 1$

c) $c \geq 1$

d) $c \leq 1$

Pytanie 6

Jeśli zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x + 2m - 1)^2 + 4m^2 + 1$ jest zbiór $(-\infty, 5]$, to:

a) $m = 5$

b) $m = 1$

c) $m = -1 \vee m = 1$

d) $m = -5 \vee m = 5$



Pytanie 7

Jeśli osią symetrii wykresu funkcji $f(x) = 2x^2 + (m+2)x - 6$ jest prosta o równaniu $x=1$, to:

- a) $m = -6$
- b) $m = -4$
- c) $m = 0$
- d) $m = 2$

Pytanie 8

Wykres funkcji $f(x) = 4 - (x+6)^2$ nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu:

- a) $y = -6$
- b) $y = 0$
- c) $y = 4$
- d) $y = 6$

Pytanie 9

Niech $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + mx + 4$. Jeśli zbiorem rozwiązań równania $f(x) \geq 0$ jest zbiór $(-\infty, 2) \cup \langle 4, +\infty)$, to:

- a) $m = 2 \vee m = 4$
- b) $m = -3$
- c) $m = -6$
- d) $m = 6$

Pytanie 10

Niech $f(x) = -(x+m^2-4)^2 + 3m+6$. Jeśli zbiorem rozwiązań równania $f(x) \leq 0$ jest zbiór liczb rzeczywistych, to:

- a) $m \leq -2$
- b) $m \geq -2$
- c) $m \leq 2$
- d) $m \geq 2$

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Zbadaj liczbę miejsc zerowych funkcji f w zależności od parametru m :

- a) $f(x) = -x^2 + (m+1)x - 1$
- b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + (m-2)x + m$
- c) $f(x) = 2x^2 + mx - 6$
- d) $f(x) = mx^2 + mx + 2$
- e) $f(x) = x^2 + (m-1)x + m^2 - 1$
- f) $f(x) = -2x^2 + (m-4)x + 2m$

Zad. 2

Dana jest funkcja $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wykorzystując wzory Viete'a, wyprowadź samodzielnie wzory na:

- a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- b) $x_1^2 + x_2^2$
- c) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
- d) $x_1^3 + x_2^3$

Zad. 3

Dana jest funkcja $f(x)$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których:

- a) funkcja $f(x) = x^2 + 4x + m$ ma dwa różne miejsca zerowe tych samych znaków
- b) funkcja $f(x) = x^2 + (m+3)x + 4m$ ma dwa różne ujemne miejsca zerowe
- c) funkcja $f(x) = (m+2)x^2 + mx - 2$ ma jedno miejsce zerowe
- d) funkcja $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + (2m-1)x + 9$ ma dwa różne miejsca zerowe, których suma zawiera się w przedziale $(4, 12)$
- e) funkcja $f(x) = mx^2 + x + m - 1$ ma dwa różne miejsca zerowe, z których każde jest mniejsze od 1
- f) funkcja $f(x) = -2x^2 + (2-m)x + m$ ma dwa różne miejsca zerowe, których suma odwrotności jest dodatnia
- g) funkcja $f(x) = x^2 + mx + x + 1$ ma dwa różne miejsca zerowe, których suma kwadratów jest równa $3m + 5$
- h) funkcja $f(x) = mx^2 + (m+1)x + 2 - m$ ma dwa różne miejsca zerowe, z których jedno jest sinusem, a drugie cosinusem tego samego kąta

Zad. 4

Wykaż na podstawie definicji, że :

- a) funkcja $f(x) = x^2 + 10x - 6$ jest malejąca w przedziale $(-\infty, -5)$
- b) funkcja $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ jest rosnąca w przedziale $\langle 1, +\infty$
- c) funkcja $f(x) = -x^2 + 6x$ jest malejąca w przedziale $\langle 3, +\infty$
- d) funkcja $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$ jest rosnąca w przedziale $(-\infty, -3)$

Zad. 5

Naszkicuj wykres funkcji danej wzorem:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in \langle -2, 2 \rangle \\ -\frac{1}{2}x^2 + 6, & x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 2(x+3)^2 - 7, & x \in (-\infty, -4) \\ -(x+1)^2 + 4 & x \in \langle -4, 0 \rangle \\ x^2 + 3 & x \in (0, +\infty) \end{cases}$$

Zad. 6

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej f w podanym przedziale:

$$\text{a) } f(x) = 2x^2 + 4x, \quad x \in \langle -2, +\infty \rangle$$

$$\text{b) } f(x) = -x^2 + 6x - 3, \quad x \in \langle 0, +\infty \rangle$$

$$\text{c) } f(x) = x^2 - 8x + 6, \quad x \in (2, 5)$$

$$\text{d) } f(x) = -3x^2 + 6x - 2, \quad x \in (2, 4)$$

KONIEC