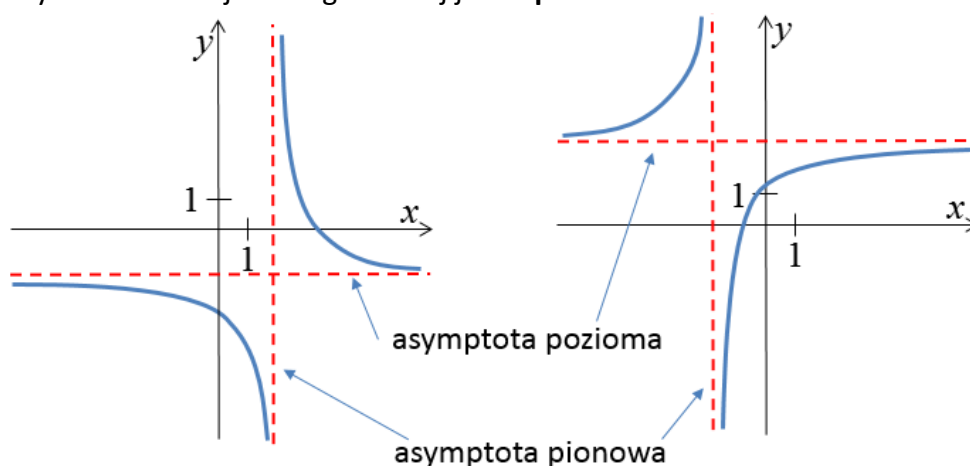


FUNKCJA WYMIERNA, WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA

Funkcją wymierną nazywamy funkcję postaci $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, gdzie $P(x)$ i $Q(x)$ są wielomianami zmiennej rzeczywistej oraz $Q(x)$ jest wielomianem niezerowym.

Funkcją homograficzną nazywamy funkcję postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ oraz ułamek ten nie skraca się do postaci liczby rzeczywistej.

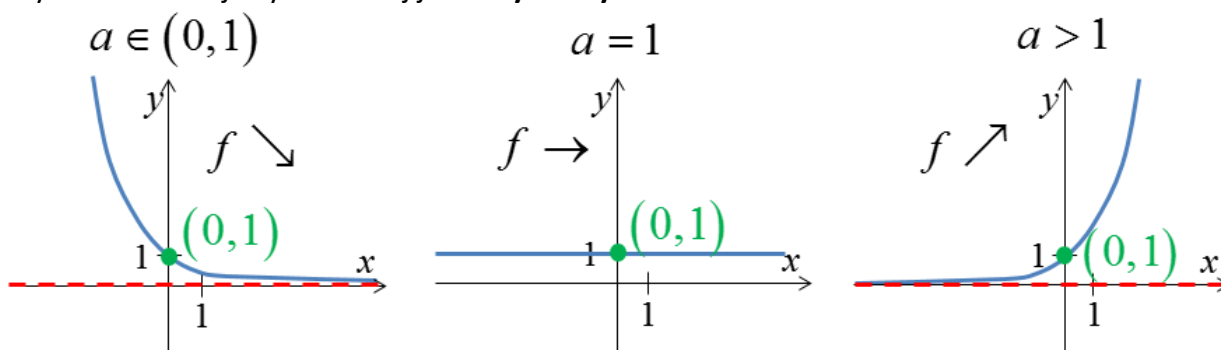
Wykresem funkcji homograficznej jest **hiperbola**.



- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{as.pionowa\}$
- $ZW_f = \mathbb{R} \setminus \{as.pozioma\}$
- różnowartościowa
- ma co najwyżej jedno miejsce zerowe
- monotoniczna w przedziałach
- nie przyjmuje wartości najmniejszej ani największej
- wykres jest symetryczny względem punktu przecięcia asymptot

Funkcją wykładniczą nazywamy funkcję, którą można opisać wzorem $y = a^x$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ oraz a jest pewną ustaloną dodatnią liczbą rzeczywistą.

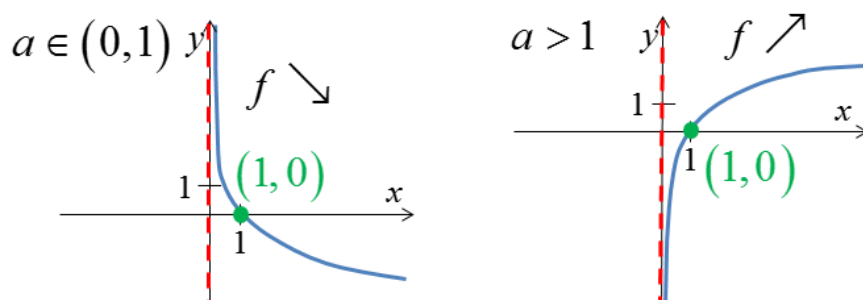
Wykresem funkcji wykładniczej jest **krzywa wykładnicza**.



- $D_f = \mathbb{R}$
- $ZW_f = (0, +\infty)$ (dla $a \neq 1$)
- brak miejsc zerowych
- punkt przecięcia z osią OY : $(0, 1)$
- współczynnik a decyduje o monotoniczności
- asymptota pozioma $y = 0$ (dla $a \neq 1$)
- dla $a \neq 1$ funkcja różnowartościowa
- wykresy $y = a^x$ oraz $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ są symetryczne względem osi OY

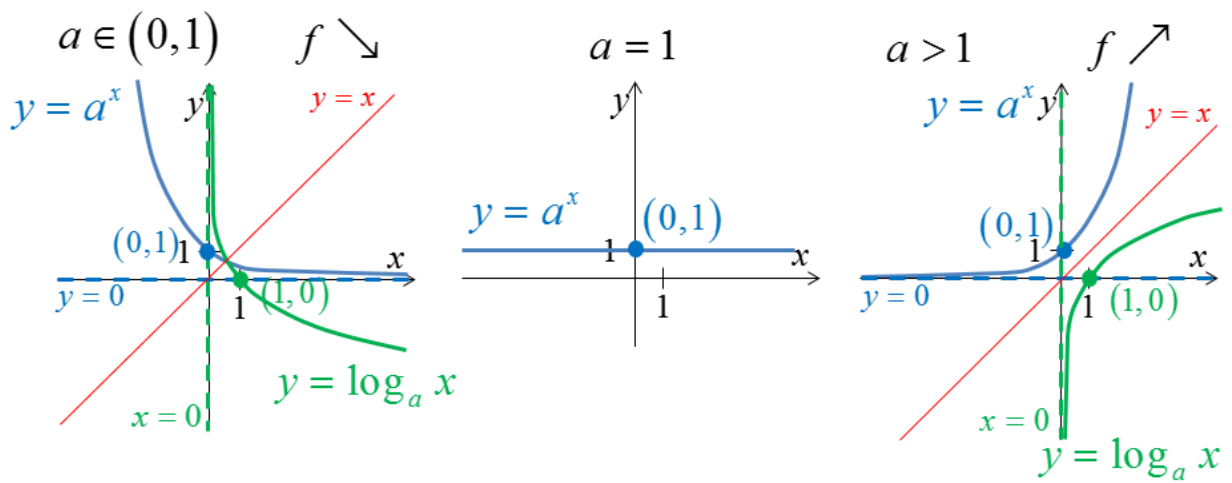
Funkcją logarytmiczną nazywamy funkcję, którą można opisać wzorem $y = \log_a x$, gdzie $x > 0$ oraz $a \in \mathbb{R}_+ \setminus \{1\}$.

Wykresem funkcji logarytmicznej jest **krzywa logarytmiczna**.



- $D_f = (0, +\infty)$
- $ZW_f = \mathbb{R}$
- jedno miejsce zerowe: $x = 1$
- brak punktów przecięcia z osią OY
- współczynnik a decyduje o monotoniczności
- asymptota pionowa $x = 0$
- funkcja różnowartościowa
- wykresy $y = \log_a x$ oraz $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ są symetryczne względem osi OX

Porównanie własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej:



Dla $a \neq 1$ wykresy funkcji $y = a^x$ oraz $y = \log_a x$ są symetryczne względem prostej $y = x$.