



KURS FUNKCJE

LEKCJA 6 ROZSZERZONA Funkcje – zadania maturalne

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Funkcja $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ ma:

- a) jedno miejsce zerowe
- b) dwa miejsca zerowe
- c) trzy miejsca zerowe
- d) cztery miejsca zerowe

Pytanie 2

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} |x+2|, & x \leq -1 \\ 1-|x|, & x \in (-1,1) \\ x+3, & x \geq 1 \end{cases}$. Równanie $f(x) = 4$ ma dokładnie:

- a) jedno rozwiązanie
- b) dwa rozwiązania
- c) trzy rozwiązania
- d) cztery rozwiązania

Pytanie 3

Wskaż największą wartość funkcji $f(x) = \frac{7}{4^{2x^2-8x+7}}$:

- a) 7
- b) 28
- c) $1\frac{3}{4}$
- d) -1

Pytanie 4

Dana jest funkcja $f(x) = |x(x-2)-3|$. Wskaż zdanie fałszywe:

- a) Funkcja f maleje dla $x \in (-\infty, -1)$.
- b) Funkcja f rośnie dla $x \in (-1, 1)$.
- c) Równanie $f(x) = 4$ ma dwa rozwiązania.
- d) Funkcja f ma dwa miejsca zerowe.

Pytanie 5

Wskaż zbiór będący dziedziną funkcji $f(x) = \log_x(x^2 - 2x - 8)$:

- a) $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$
- b) $(0, 1) \cup (4, +\infty)$
- c) $(0, 1)$
- d) $(4, +\infty)$

Pytanie 6

O funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$ wiadomo, że ma dwa ujemne miejsca zerowe.

Wskaż informację prawdziwą:

- a) $\frac{-b}{a} > 0, \frac{c}{a} > 0$
- b) $\frac{-b}{a} > 0, \frac{c}{a} < 0$
- c) $\frac{-b}{a} < 0, \frac{c}{a} > 0$
- d) $\frac{-b}{a} < 0, \frac{c}{a} < 0$

Pytanie 7

Dane są funkcje $f(x) = \frac{1}{x+1} - 2$ oraz $g(x) = \frac{1}{x+2} + 1$. Wykres funkcji g powstał przez przesunięcie wykresu funkcji f o wektor:

- a) $\vec{u} = [-1, 3]$
- b) $\vec{u} = [1, 3]$
- c) $\vec{u} = [-1, -3]$
- d) $\vec{u} = [1, -3]$

Pytanie 8

Funkcja $f(x) = 2^{-x+4}$ ma taki sam wykres, jak funkcja:

- a) $g(x) = 16 \cdot 2^x$
- b) $g(x) = \frac{16}{2^x}$
- c) $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}$
- d) $g(x) = \left(\frac{1}{16}\right)^x$

Pytanie 9

Wykresy funkcji $f(x) = 3^{x-1}$ oraz $g(x) = 3^{1-x}$ są symetryczne względem:

- a) osi OX
- b) osi OY
- c) prostej $x = 1$
- d) prostej $y = 1$

Pytanie 10

Dana jest funkcja o wzorze $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \in (-\infty, -10) \\ x^2+2, & x \in \langle -10, 5 \rangle \\ 2^{x+2}-2, & x \in \langle 5, +\infty \rangle \end{cases}$. Która z poniższych liczb nie

należy do zbioru wartości funkcji f ?

- a) 0
- b) 4
- c) 32
- d) 126

Pytanie 11

Przedział $(-\infty, -6)$ jest zbiorem wartości funkcji:

- a) $f(x) = \log_2(x-6)$
- b) $f(x) = -|x| - 6$
- c) $f(x) = -x^2 + 6x$
- d) $f(x) = -2^x + 6$

Pytanie 12

Dana jest funkcja $f(x) = \cos x$. Prawdą jest że:

- a) $f(x) = f(-x)$
- b) $f(x) = -f(x)$
- c) $f(-x) = -f(x)$
- d) $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$



Pytanie 13

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} x+4, & x \leq 0 \\ mx+2m, & x > 0 \end{cases}$. Funkcja f jest ciągła dla:

- a) $m=1$
- b) $m=2$
- c) $m=3$
- d) $m=4$

Pytanie 14

Największą wartością funkcji $f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ w przedziale $x \in \langle -3, 4 \rangle$ jest liczba:

- a) -1
- b) 12
- c) 23
- d) 24

Pytanie 15

Wyznacz wszystkie argumenty będące liczbami naturalnymi dodatnimi, dla których funkcja

$f(x) = \frac{3x+7}{x-1}$ przyjmuje wartości całkowite. Zakoduj otrzymane liczby w kolejności rosnącej.

Pytanie 16

Dana jest funkcja $f(x) = 2 \cdot 3^x - 1$. Niech $g(x) = -2f(3-x) + x + 1$. Oblicz $g(4)$ i zakoduj trzy pierwsze cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 17

Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+4x}$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.



Pytanie 18

Wykres funkcji $y = -3x^2 + 1218x + 32$ odbito symetrycznie względem osi OX . Wyznacz sumę miejsc zerowych otrzymanej funkcji. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 19

Dana jest funkcja kwadratowa o wzorze $f(x) = 5x^2 - 284x + \frac{1}{2}$. Wyznacz wartość sumy odwrotności miejsc zerowych funkcji f . Zakoduj cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 20

Dana jest funkcja $f(x) = \sqrt{x^2 + mx + 7}$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla którego dziedziną funkcji f jest zbiór liczb rzeczywistych. Wyznacz wartość liczby m_0 będącej największą dodatnią liczbą całkowitą należącą do wyznaczonego zbioru. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku przybliżenia do części tysięcznych liczby $\frac{m_0}{\sqrt{7}}$.



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = x^2 + 2x$. Rozwiąż równanie $f(2-x) = 2f(x) + 17$.

Zad. 2

Wyznacz wszystkie punkty o obu współrzędnych całkowitych należące do wykresu funkcji

$$f(x) = \frac{2x+8}{x+2}.$$

Zad. 3

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = (x-4)\sqrt{x^2 + 6x + 9}$.

Zad. 4

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = 9^x - 4 \cdot 3^x + 2$. Wyznacz wartość najmniejszą funkcji f .

Zad. 5

Dana jest funkcja $f(x) = |2^{x-2} - 3| - 4$. Naszkicuj wykres funkcji f oraz wyznacz liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m .

Zad. 6

Wyznacz wzór funkcji $g(m)$ określającej ilość miejsc zerowych funkcji

$$f(x) = mx^2 + (m+1)x + 1 \text{ w zależności od parametru } m. \text{ Naszkicuj wykres funkcji } g(m).$$

**Zad. 7**

Wyznacz wzór funkcji $g(m)$, która każdej liczbie rzeczywistej przyporządkowuje najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 2mx + 3$ w przedziale $\langle 0, 2 \rangle$. Naszkicuj wykres funkcji $g(m)$.

Zad. 8

Dana jest funkcja $f(x) = 8\cos x - 2\cos 2x$. Wyznacz zbiór wartości funkcji f .

Zad. 9

Dana jest funkcja $f(x) = 2^{x^2+4}$. Wykaż, że jeśli dla dowolnych dodatnich liczb a, b prawdą jest, że $a < b$, to również $f(a) < f(b)$.

Zad. 10

Dana jest funkcja $f(x) = \log_3(4 - x^2)$. Wykaż, że jeśli dla dowolnych dodatnich liczb a, b prawdą jest, że $a < b$, to również $f(a) > f(b)$.

Zad. 11

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + |x^2 - 4|$.

Zad. 12

Wyznacz wzór funkcji liniowej, która spełnia warunki $f(x-1) = f(x) + 4$ oraz $f(-2x) = -2f(x) + 6$.

**Zad. 13**

Dane jest równanie $x^2 + (m+2)x + 6 - m = 0$. Wyznacz wzór funkcji $f(m)$ przyporządkowującej parametrowi m wartość sumy kwadratów dwóch różnych pierwiastków tego równania. Wyznacz dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji f .

Zad. 14

Dana jest funkcja $f(x) = 2x^2 + (m-4)x - 2m + \frac{1}{2}$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja f ma dwa różne miejsca zerowe, z których każde jest większe niż 3.

Zad. 15

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{x+b}{x+d}$. Naszkicuj w układzie współrzędnych zbiór wszystkich punktów o współrzędnych (b, d) , dla których funkcja f jest malejąca w każdym z przedziałów $(-\infty, 4)$, $(4, +\infty)$.

Zad. 16

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których funkcje $f(x) = x + 3$ oraz $g(x) = ax + 1$ przecinają się w punkcie o obu współrzędnych ujemnych.

Zad. 17

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla którego dziedziną funkcji $f(x) = \log_{m-2}(x^2 + (m+4)x + m + 2)$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

Zad. 18

Niech $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 0 \\ |x-3|-2, & x \geq 0 \end{cases}$. Zbadaj liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m .

**Zad. 19**

W prostokątnym układzie współrzędnych naszkicuj zbiór wszystkich punktów (m, n) , dla których funkcja $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 2 - n$ ma dwa różne miejsca zerowe, których suma jest mniejsza niż 2.

Zad. 20

Wykaż, że dla każdego argumentu będącego liczbą naturalną wartość funkcji $f(x) = x^4 + 3x^2 + 4$ jest liczbą naturalną złożoną.

KONIEC