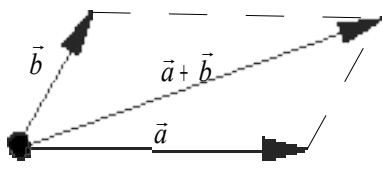
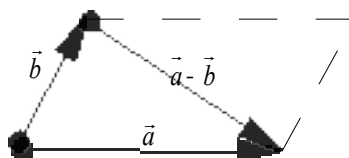


Wzory na działania na wektorach bez układu współrzędnych

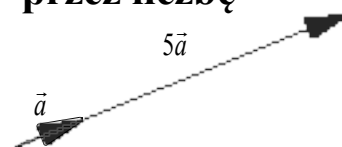
Dodawanie wektorów



Odejmowanie wektorów



Mnożenie wektora przez liczbę



Mnożenie skalarne wektorów (liczba)

$$\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

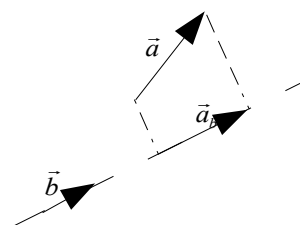
Własności:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$$

Kąt pomiędzy wektorami:

$$\cos(\angle \vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Rzut wektora \vec{a} na oś o kierunku wektora \vec{b} :



Prostopadłość wektorów:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } \vec{a} \circ \vec{b} = 0$$

Długość wektora:

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \circ \vec{a}} \quad \vec{a} \circ \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{a}_b = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

Mnożenie wektorowe wektorów (wektor)

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

Wektor $\vec{a} \times \vec{b}$ jest prostopadły do wektorów \vec{a} i \vec{b}

Wektor $\vec{a} \times \vec{b}$ ma zwrot taki, że trójka $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$

ma orientację zgodną z orientacją przestrzeni (reguła prawej dłoni)

Własności:

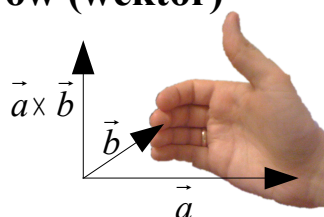
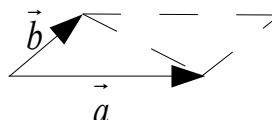
$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

Dwa wektory są kolinearne (równoległe), wtedy i tylko wtedy, gdy $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

$$\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$$

Pole równoległoboku i trójkąta:

$$P_{\square} = |\vec{a} \times \vec{b}| \quad P_{\triangle} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$



Iloczyn mieszany wektorów (liczba)

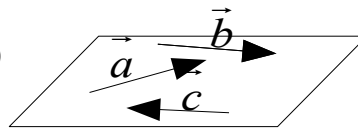
$$\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c})$$

Własności:

Zamiana kolejności pary wektorów w iloczynie nieparzystą ilość razy zmienia znak iloczynu, a parzystą ilość razy nie zmienia.

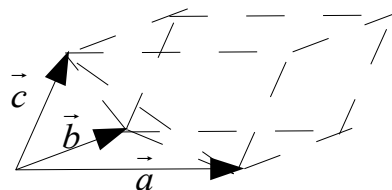
Komplanarność wektorów:

Trzy wektory są komplanarne (leżą na jednej płaszczyźnie) wtedy i tylko wtedy, gdy: $\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$



Objętość równoległościanu i czworościanu (ostrosłupa)

$$V_{\square} = \left| \vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) \right| \quad V_{\triangle} = \frac{1}{6} \left| \vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) \right|$$



KONIEC