



KURS

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Lekcja 2

Działania na wektorach w układzie
współrzędnych.

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Które własności działań na wektorach różnią się dla wektorów bez układu współrzędnych i wektorów w układzie współrzędnych?

- a) Własności iloczynu wektorowego
- b) Żadne
- c) Własności iloczynu skalarnego
- d) Własności wszystkich działań

Pytanie 2

Dwa równe wektory na pewno...

- a) Mają takie same wszystkie współrzędne
- b) Mają taki początek i koniec w tym samym punkcie
- c) Mają początek w tym samym punkcie
- d) Mają koniec w tym samym punkcie

Pytanie 3

Czy wektory $\vec{a} = [4, 8, m]$ i $\vec{b} = [8, 12, 3]$ mogą być równoległe dla pewnej wartości parametru 'm'?

- a) Nie
- b) Tak



Pytanie 4

Wersor wektora $\vec{a}$ można zdefiniować jako:

- a) Wektor jednostkowy o takim samym kierunku, co wektor $\vec{a}$
- b) Wektor o takim samym kierunku, co wektor $\vec{a}$
- c) Wektor jednostkowy powstały z wektora $\vec{a}$
- d) Wektor jednostkowy o takim samym kierunku i zwrocie, co wektor $\vec{a}$

Pytanie 5

Jaki będzie wynik mnożenia skalarnego dwóch wektorów równoległych?

- a) Liczba 0
- b) Wektor zerowy
- c) Na pewno nie będzie to liczba 0
- d) Być może liczba 0

Pytanie 6

Co to jest iloczyn skalarny dwóch wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$?

- a) Liczba 0
- b) Liczba powstała przez dodanie do siebie odpowiadających sobie współrzędnych wektorów i przemnożenie wyników
- c) Liczba powstała przez zsumowanie odpowiadających sobie współrzędnych wektorów
- d) Liczba powstała przez przemnożenie przez siebie odpowiadających sobie współrzędnych wektorów i zsumowanie wyników



Pytanie 7

Iloczyn wektorowy obliczyć można korzystając z wiadomości z...

- a) Pochodnych
- b) Całek
- c) Granic
- d) Macierzy

Pytanie 8

$$[1, 1, 1] \times [1, 0, 1] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \left[\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad ?, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \right] - \text{jakie wyrażenie powinno się znaleźć jako}$$

druga współrzędna iloczynu wektorowego?

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

c) $-\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

d) $-\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$



Pytanie 9

Iloczyn mieszany wektorów w układzie współrzędnych jest...

- a) Liczbą
- b) Wektorem
- c) Wymieszanym wektora i liczby
- d) Wyznacznikiem wektora

Pytanie 10

Czy objętość sześcianu można obliczyć korzystając z iloczynu mieszanego?

- a) Nie
- b) Tak



Część 2: ZADANIA

Zad.1

Znajdź współrzędne wektora $\overrightarrow{AB}$, mając dane współrzędne punktów A i B:

a) $A(5, 2, 4)$ $B(3, 2, 8)$

b) $A(0, -1, -3)$ $B(4, 0, -2)$

c) $A(2, -2, -1)$ $B(2, 3, -5)$

d) $A(4, 4, 0)$ $B(-10, -7, 11)$

Zad.2

Znajdź współrzędne końca wektora $\overrightarrow{AB}$, mając dane współrzędne punktu A i wektora $\overrightarrow{AB}$:

a) $A(5, 0, 2)$ $\overrightarrow{AB} = [3, 4, 5]$

b) $A(-3, 2, -1)$ $\overrightarrow{AB} = [-1, 0, 4]$

c) $A(2, -3, -5)$ $\overrightarrow{AB} = [3, -1, -5]$

d) $A(1, -3, -2)$ $\overrightarrow{AB} = [-10, 5, 2]$

Zad.3

Znajdź współrzędne początku wektora $\overrightarrow{AB}$, mając dane współrzędne punktu B i wektora $\overrightarrow{AB}$

a) $\overrightarrow{AB} = [2, 4, 6]$ $B(10, 8, 8)$

b) $\overrightarrow{AB} = [-1, 3, 0]$ $B(-5, -2, 1)$

c) $\overrightarrow{AB} = [-3, -5, 2]$ $B(-4, -3, -1)$

d) $\overrightarrow{AB} = [3, -4, 1]$ $B(-1, 4, -3)$

**Zad.4**

Wyznacz długość wektora $\overrightarrow{AB}$:

a) $\overrightarrow{AB} = [-2, 1, 2]$

b) $\overrightarrow{AB} = [4, 3, 0]$

c) $\overrightarrow{AB} = [1, -1, 5]$

Zad.5

Mając dane wektory $\vec{a} = [2, 3, -5]$ i $\vec{b} = [4, -1, 2]$ oblicz długość wektora: $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$

Zad.6

Wyznaczyć długość przekątnych równoległoboku opartego na wektorach $\vec{a} = [4, 1, -1]$ i

$\vec{b} = [5, 5, -2]$

Zad.7

Wyznacz wartości parametrów a i b, dla których wektory $\vec{a} = [2, a, b-1]$ i $\vec{b} = [4, a+1, 8]$ są równoległe (kolinearne).

Zad.8

Znajdź wersor wektora $\vec{x} = [-6, -8, 0]$

Zad.9

Znajdź wektor jednostkowy dzielący na dwie równe połowy kąt pomiędzy wektorami

$\vec{a} = [2, -2, 1]$ i $\vec{b} = [6, 3, -6]$

**Zad.10**

Oblicz iloczyn skalarny wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$, jeśli:

a) $\vec{a} = [2, -1, 4]$ i $\vec{b} = [-3, 7, 5]$

b) $\vec{a} = [0, -12, -5]$ i $\vec{b} = [3, 1, 7]$

c) $\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ i $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$

Zad.11

Oblicz kąt pomiędzy wektorami $\vec{a}$ i $\vec{b}$, jeśli:

a) $\vec{a} = [1, 2, 3]$ i $\vec{b} = [-2, 3, 1]$

b) $\vec{a} = [2, -2, 3]$ i $\vec{b} = [2, 3, 1]$

Zad.12

Oblicz kąt pomiędzy przekątnymi równoległoboku ABCD opartego na wektorach

$\vec{AB} = [4, 3, 1]$ i $\vec{AD} = [-1, 2, -3]$

Zad.13

Znajdź kąty wewnętrzne trójkąta ABC o wierzchołkach A(3, 0, -1), B(-3, 2, 5), C(5, 4, 1)

Zad.14

Sprawdź, dla jakich wartości parametru a wektory $\vec{a} = [7, -1, a+2]$ i $\vec{b} = [a-1, a, 8]$ są

prostopadłe?

Zad.15

Sprawdź, czy czworokąt ABCD o wierzchołkach A(5, 2, 6), B(6, 4, 4), C(4, 3, 2) i D(3, 1, 4) jest kwadratem.

**Zad.16**

Znajdź rzut wektora $\vec{a} = [2, 5, 1]$ na oś o kierunku wektora $\vec{b} = [4, -4, 7]$

Zad.17

Oblicz iloczyn wektorowy wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$, jeśli:

a) $\vec{a} = [1, 1, 3]$ i $\vec{b} = [2, 4, 6]$

b) $\vec{a} = [-1, -2, 2]$ i $\vec{b} = [0, 3, -3]$

c) $\vec{a} = [2, -1, 4]$ i $\vec{b} = [-4, 2, -8]$

d) $\vec{a} = [5, 2, -5]$ i $\vec{b} = [-1, -2, 1]$

Zad.18

Mając dane punkty A(2, 7, -1), B(3, 5, 2) i C(4, -1, 1) wyznacz:

a) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{CA}$

c) $(4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}) \times \overrightarrow{BA}$

d) $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \times \overrightarrow{BC}$

Zad.19

Oblicz pole równoległoboku opartego na wektorach $\vec{a} = [7, -1, 2]$ i $\vec{b} = [2, 2, 3]$

Zad.20

Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach A(1, -2, 8), B(0, 0, 4), C(6, 2, 0) oraz długość wysokości opuszczonej z wierzchołka B.

**Zad.21**

Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach $A(-1, 0, -1)$, $B(4, 4, 1)$, $C(0, 2, -3)$.

Zad.22

Znajdź wektor jednostkowy prostopadły do wektorów $\vec{a} = [1, 2, -1]$ i $\vec{b} = [2, -1, 1]$.

Zad.23

Wykaż, że wektory $\vec{a} = [2, -3, -4]$, $\vec{b} = [-1, 3, 2]$, $\vec{c} = [-3, 12, 6]$ są komplanarne.

Zad.24

Oblicz objętość czworościanu zbudowanego na wektorach $\vec{a} = [1, 0, 1]$, $\vec{b} = [-1, 1, 1]$ i $\vec{c} = [2, 1, 0]$

Zad.25

Oblicz objętość równoległościanu opartego na wektorach $\vec{a} = [6, 1, -4]$, $\vec{b} = [-2, 3, -3]$ i $\vec{c} = [0, -2, 2]$

Zad.26

Oblicz objętość czworościanu o wierzchołkach $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 6)$, $D(2, 3, 8)$, oraz długość wysokości opuszczonej z wierzchołka D.

KONIEC