



KURS LOGIKA

LEKCJA 8

Formuły rachunku predykatów

Odpowiedzi do Zadania Domowego

Część 1: TEST

- 1) c
- 2) c
- 3) b
- 4) d
- 5) b
- 6) a
- 7) b
- 8) d
- 9) d
- 10) c

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ

Zad. 1

- a) prawda
- b) fałsz
- c) prawda

Zad. 2

- a) fałsz
- b) prawda
- c) nie można określić wartości logicznej wyrażenia; z jest zmienną wolną

Zad. 3

- a) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} [x \neq y \Rightarrow (x > y \vee y > x)]$
- b) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} x < y \Rightarrow \forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} x \leq y$
- c) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} (x < y \Rightarrow y \geq x)$
- d) $\sim \exists_{x \in \mathbb{Z}} [x \neq 0 \wedge (\frac{11}{x} \in \mathbb{Z} \wedge \frac{12}{x} \in \mathbb{Z})]$

- e) $\exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} (n \geq n_0 \Rightarrow a_n = a_{n_0})$
- f) $\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} (a \neq 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R} ax + b = 0)$
- g) $\forall n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} \exists k \in \mathbb{N} (n | k \wedge m | k)$
- h) $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} \left[n \leq m \leq 2n \wedge \sim \exists k \in \mathbb{N} \exists l \in \mathbb{N} (k \neq 1 \wedge l \neq 1 \wedge k \cdot l = m) \right]$
- i) a - Adam; b - Beata; U - zbiór ludzi; $p(x, y) = „x$ lubi $y”$
 $\forall x \in U (p(x, b) \Rightarrow p(a, x))$
- j) Z - zbiór zwierząt; $r(x) = „x$ jest rybą”; $s(x) = „x$ jest śledziem”
 $\forall x \in Z (s(x) \Rightarrow r(x)) \wedge \sim \forall x \in Z (r(x) \Rightarrow s(x))$
- k) U - zbiór ludzi; $p(x, y) = „x$ jest przodkiem $y”$
 $\left[\forall x \in U \forall y \in U \forall z \in U \left[(p(x, y) \wedge p(y, z)) \Rightarrow p(x, z) \right] \wedge \forall x \in U \sim p(x, x) \right] \Rightarrow \exists x \in U \forall y \in U \sim p(y, x)$

Zad. 7

- a) nie jest
- b) jest
- c) jest
- d) nie jest
- e) nie jest

Zad. 8

- a) Każdy student rozumie logikę, więc nieprawdą jest, że pewien student nie rozumie logiki.
- b) Temu, że nie istnieje student rozumiejący logikę równoważne jest to, że żaden student nie rozumie logiki.
- c) Jeśli każdy student rozumie logikę, to któryś student na pewno rozumie logikę.

Zad. 9

- a) Każdy matematyk zna każde twierdzenie wtedy i tylko wtedy, gdy każde twierdzenie jest znane każdemu matematykowi.
- b) Pewien matematyk zna pewne twierdzenie wtedy i tylko wtedy, gdy pewne twierdzenie jest znane pewnemu matematykowi.

- c) Jeśli pewien matematyk zna wszystkie twierdzenia, to każde twierdzenie jest znane pewnemu matematykowi.

Zad. 10

- a) $\exists_x \forall_y (\sim p(x, y) \wedge \forall_z \sim q(x, z))$
- b) $\exists_x \exists_y (p(x) \wedge \sim q(y)) \wedge \forall_x (\sim p(x) \vee \sim q(x))$
- c) $\forall_x \forall_y \exists_z [x > y \wedge x + y \leq 0 \wedge x + z \neq 0]$
- d) $\forall_x [(x \leq 0 \vee x \geq 4) \wedge \exists_y (y \leq 0 \vee y \geq 4)]$
- e) $\exists_x [x < 5 \wedge \forall_y (y \in \mathbb{N} \wedge x \cdot y \notin \mathbb{Q})]$

KONIEC