



KURS LOGIKA

LEKCJA 4

Wybrane metody dowodzenia twierdzeń
matematycznych

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Z czego składa się – na ogół – twierdzenie matematyczne?

- a) Z równoważności logicznej.
- b) Ze zmiennych liczbowych.
- c) Z założeń i tezy.
- d) Ze zdań prawdziwych i fałszywych.

Pytanie 2

Prawdziwość czego musimy wykazać w dowodzie matematycznym?

- a) Założeń.
- b) Założeń i tezy.
- c) Tezy.
- d) Niczego z powyższych.

Pytanie 3

Jaka jest struktura logiczna dowodu wprost, zakładając, że $A_1, A_2, \dots, A_n$ to założenia, a B to teza?

- a) $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \Rightarrow B$
- b) $A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n \Rightarrow B$
- c) $B \Rightarrow A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n$
- d) $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \wedge B$

Pytanie 4

Jak inaczej przedstawić można fakt, że istnieje liczba n podzielna przez 4?

- a) $\exists_k n = 4k$
- b) $\exists_{k \in R} n = 4k$
- c) $\exists_{k \in Z} n = 4k$
- d) $\exists_{n \in Z} n = 4k$

Pytanie 5

Jak wygląda struktura logiczna dowodu nie wprost przez kontrapozycję, zakładając, że $A_1, A_2, \dots, A_n$ to założenia, a B to teza?

- a) $\sim B \Rightarrow \sim A_1 \vee \sim A_2 \vee \dots \vee \sim A_n$
- b) $\sim B \Rightarrow A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n$
- c) $\sim B \Rightarrow \sim A_1 \wedge \sim A_2 \wedge \dots \wedge \sim A_n$
- d) $\sim B \Rightarrow A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n$

Pytanie 6

Przypuśćmy że tezą jest: $x \in (0,1)$. Jak wyglądać będzie zaprzeczenie takiej tezy?

- a) $x \in \langle 0,1 \rangle$
- b) $x \notin \langle 0,1 \rangle$
- c) $x \leq 0 \vee 1 \leq x$
- d) $x \leq 0 \wedge 1 \leq x$

Pytanie 7

Jak wygląda struktura logiczna dowodu nie wprost przez sprowadzenie do sprzeczności, zakładając, że $A_1, A_2, \dots, A_n$ to założenia, a B to teza?

- a) $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n \wedge B \Rightarrow 0$
- b) $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n \Rightarrow \sim B$
- c) $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n \wedge (\sim B) \Rightarrow 1$
- d) $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n \wedge (\sim B) \Rightarrow 0$

Pytanie 8

Zdanie „Istnieją liczby niewymierne” jest w matematyce...

- a) Założeniem.
- b) Dowiedzioną tezą.
- c) Aksjomatem.
- d) Tautologią.



Pytanie 9

Jak inaczej przedstawić można dowolną liczbę n , która po podzieleniu przez 4 daje resztę 3?

a) $\exists_{k \in \mathbb{Z}} n = 3k + 4$

b) $\exists_{k \in \mathbb{Z}} n = 12k$

c) $\exists_{k \in \mathbb{Z}} n = 4k + 3$

d) $\exists_{k \in \mathbb{Z}} n = 12k + 1$

Pytanie 10

Na czym polegają dowody niekonstruktywne?

- a) Na tym, że dowodzimy istnienia jakiegoś obiektu matematycznego, nie wskazując żadnego konkretnego przykładu takiego obiektu, a tylko metodę znalezienia go.
- b) Na wykazywaniu prawdziwości tezy bez odwoływania się do założeń.
- c) Na stwierdzeniu prawdziwości tezy przez wykazanie fałszywości założeń.
- d) Na tym, że dowodzimy istnienia jakiegoś obiektu matematycznego, nie wskazując żadnego konkretnego przykładu takiego obiektu, ani metody znalezienia go.



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Udowodnij, że liczba naturalna podzielna przez 2, pomnożona przez liczbę podzielną przez 3, jest podzielna przez 6.

Zad. 2

Pokaż, że iloczyn liczby parzystej i nieparzystej jest liczbą parzystą.

Zad. 3

Pokaż, że: $0 \leq |x + y| \leq 2$, dla $x \in \langle -1, 1 \rangle, y \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zad. 4

Wykaż, że liczba $n^3 - n$ jest zawsze podzielna przez 3, dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$.

Zad. 5

Pokaż, że liczba $n^2 + 1$ nigdy nie jest podzielna przez 3, dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$.

Zad. 6

Udowodnij, że liczba $\sqrt{3}$ jest niewymierna.

Zad. 7

Udowodnij, że jeśli x^2 jest liczbą parzystą, to x jest liczbą parzystą dla dowolnego $x \in \mathbb{Z}$.

KONIEC