



KURS LOGIKA

LEKCJA 7 Kwantyfikatory

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Kwantyfikator ogólny oznaczamy symbolem:

- a) $\wedge$
- b) $\forall$
- c) $\in$
- d) $\exists$

Pytanie 2

Kwantyfikator szczegółowy oznaczamy symbolem:

- a) $\wedge$
- b) $\forall$
- c) $\in$
- d) $\exists$

Pytanie 3

Formuła $p(x_1) \vee p(x_2) \vee p(x_3) \vee \dots$, gdzie $\{x_1, x_2, x_3, \dots\} = U$, jest równoznaczna z formułą:

- a) $p(U)$
- b) $\forall_{x \in U} p(x)$
- c) $\exists_{x \in U} p(x)$
- d) $\bigcup_{x \in U} p(x)$



Pytanie 4

Formuła $p(x_1) \wedge p(x_2) \wedge p(x_3) \wedge \dots$, gdzie $\{x_1, x_2, x_3, \dots\} = U$ jest równoznaczna z formułą:

- a) $p(U)$
- b) $\forall_{x \in U} p(x)$
- c) $\exists_{x \in U} p(x)$
- d) $\bigcap_{x \in U} p(x)$

Pytanie 5

Predykat jest, jak gdyby, odpowiednikiem:

- a) podmiotu w zdaniu
- b) części orzekającej w zdaniu
- c) zdania złożonego
- d) zdania prostego

Pytanie 6

Zmienna x jest zmienną wolną w wyrażeniu:

- a) $\forall_x p(x)$
- b) $x \in U$
- c) $\forall_x \exists_y p(x, y)$
- d) $p(x)$

Pytanie 7

Zmienna x jest zmienną związaną w wyrażeniu:

- a) $p(x)$
- b) $x \in U$
- c) $\forall_{y \in U} p(x, y)$
- d) $\exists_{x \in U} p(x, y)$



Pytanie 8

W zapisie $\forall_{x \in U} p(x)$ zbiór U nazywamy:

- a) dziedziną
- b) zbiorem predykatów
- c) zbiorem wartości
- d) zbiorem zdań

Pytanie 9

Wyrażenie $\forall_{x \in U} p(x)$ jest prawdziwe, jeśli $p(x)$ jest prawdziwe dla:

- a) dowolnego $x \in U$
- b) dokładnie jednego $x \in U$
- c) każdego $x \in U$
- d) żadnego $x \in U$

Pytanie 10

Wyrażenie $\exists_{x \in U} p(x)$ jest prawdziwe, jeśli:

- a) dowolnego $x \in U$
- b) dokładnie jednego $x \in U$
- c) każdego $x \in U$
- d) żadnego $x \in U$

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Określ wartość logiczną podanego zdania.

- a) $\forall_{x \in \mathbb{R}} x^2 - 4x + 3 < 0$
- b) $\exists_{k \in \mathbb{Z}} k \notin \mathbb{N}$
- c) $\exists_{x \in \mathbb{Q}} \frac{1}{x} = -x$
- d) Niech C = zbiór wszystkich chmur na niebie, $p(c)$ = "z c pada deszcz". $\forall_{c \in C} p(c)$
- e) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} (x - y)^2 = x^2 + y^2$
- f) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \forall_{y \in \mathbb{R}} x^2 + y = (x + y)^2$
- g) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{Q}} |x| = x \cdot y$
- h) $\exists_{x \in \mathbb{N}} \exists_{y \in \mathbb{N}} (x + 2y = 4 \wedge 3x - y = 2)$
- i) $\forall_{n \in \mathbb{N}} \forall_{m \in \mathbb{N}} (n > m \vee n - m \in \mathbb{C})$
- j) Niech M = zbiór mężczyzn, K = zbiór kobiet, $p(x, y)$ = „ x jest spokrewniony z y ”.
 $\forall_{m \in M} \exists_{k \in K} p(m, k)$

Zad. 2

Zapisz podane zdania w języku kwantyfikatorów i oceń wartość logiczną.

- a) Istnieje liczba rzeczywista, która jest nie większa od dowolnej liczby naturalnej.
- b) Dla dowolnego m równanie $x^2 + mx - 2m = 0$ ma rozwiązanie.
- c) Iloczyn każdych dwóch liczb wymiernych jest liczbą wymierną.
- d) Pewne pary liczb wymiernych dają w sumie liczbę niewymierną.
- e) Każda potwora znajdzie swojego amatora.
- f) Między dowolnymi dwiema liczbami wymiernymi istnieje trzecia liczba wymierna.

Zad. 3

Zapisz podane zdania w języku polskim i oceń wartość logiczną.

- a) $\exists_{x \in \mathbb{Q}} \exists_{y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}} (x - y \in \mathbb{Q} \vee y - x \in \mathbb{Q})$
- b) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \exists_{y \in \mathbb{R}} |x - y| = |x| - |y|$
- c) $\exists_{m \in \mathbb{R}} \forall_{x \in \mathbb{R}} x^2 + 2mx + 1 > 0$
- d) $\forall_{n \in \mathbb{N}} \forall_{m \in \mathbb{N}} n - m \in \mathbb{N}$
- e) Niech D = zbiór dudków, C = zbiór czubków, $m(x, y) = „x$ ma $y”$. $\forall_{d \in D} \exists_{c \in C} m(d, c)$

Zad. 4

Wyznacz zbiór A .

- a) $A = \{n \in \mathbb{N} : \exists_{k \in \mathbb{N}} n \cdot k = 20\}$
- b) $A = \{n \in \mathbb{N} : \forall_{k \in \mathbb{N}} n + k = 10 \Rightarrow n - k > 0\}$
- c) $A = \{n \in \mathbb{N} : \exists_{k \in \mathbb{N}} n + k = 10 \Rightarrow n - k > 0\}$
- d) $A = \{n \in \mathbb{N} : \forall_{m \in \mathbb{N}} \exists_{k \in \mathbb{N}} m + k = n \Rightarrow m < k\}$

Zad. 5

Zaznacz na osi liczbowej zbiór A .

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} : \exists_{y \in \mathbb{R}} x^2 + y^2 \leq 9\}$
- b) $A = \{x \in \mathbb{R} : \forall_{y \in \mathbb{R}} x - y^2 > 4\}$
- c) $A = \{z \in \mathbb{R} : \forall_{y \in \mathbb{R}} \exists_{x \in \mathbb{R}} (y - |x| \leq z \leq y + |x|)\}$



Zad. 6

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór A .

a) $A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x \Rightarrow \exists_{z \in \mathbb{R}} (x - z)^2 + y^2 < 4 \right\}$

b) $A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 9 \Rightarrow \exists_{z \in \mathbb{R}} (x^2 + (y - z)^2 \leq 4 \vee (x - z)^2 + y^2 \leq 4) \right\}$

KONIEC