



KURS LICZB ZESPOLONYCH

Lekcja 4

Podnoszenie liczby zespolonej do potęgi.

ZADANIE DOMOWE



Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jak wygląda wzór Moivre'a?

- a) $z^n = |z|^n (\cos^n \varphi + i \sin^n \varphi)$
- b) $z = |z| (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$
- c) $z^n = |z|^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$
- d) $z^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi$

Pytanie 2

$$\cos 14783210 \frac{1}{3} \pi$$

Powyższa wartość funkcji cosinus równa jest...

- a) $\cos 1 \frac{1}{3} \pi$
- b) $\cos \frac{1}{3} \pi$
- c) $\cos \pi$
- d) $\cos \frac{2}{3} \pi$

Pytanie 3

$$\sqrt{2} (\cos 1 \frac{2}{3} \pi + i \sin 1 \frac{2}{3} \pi)$$

Aby skorzystać z wzorów redukcyjnych powyższą liczbę należy przedstawić jako...

- a) $\sqrt{2} (\cos (\pi + \frac{2}{3} \pi) + i \sin (\pi + \frac{2}{3} \pi))$
- b) $\sqrt{2} (\cos (2\pi - \frac{1}{6} \pi) + i \sin (2\pi - \frac{1}{6} \pi))$
- c) $\sqrt{2} (\cos (2\pi - \frac{1}{3} \pi) + i \sin (2\pi - \frac{1}{3} \pi))$
- d) $\sqrt{2} (\cos (\pi + \frac{1}{3} \pi) + i \sin (\pi + \frac{1}{3} \pi))$



Pytanie 4

$$(\sqrt{2})^3 = \boxed{?}$$

- a) 4
- b) $2\sqrt{2}$
- c) 8
- d) $4\sqrt{2}$

Pytanie 5

Proces podnoszenia do potęgi liczby zespolonej z wykorzystaniem jej postaci trygonometrycznej można podzielić na etapy:

- a) Przekształcenie liczby na postać trygonometryczną, podniesienie do potęgi przy pomocy wzoru Moivre'a, zapisanie wyniku w postaci trygonometrycznej
- b) Podniesienie do potęgi w postaci kartezjańskiej przy pomocy wzoru Moivre'a, przekształcenie liczby na postać trygonometryczną, zapisanie wyniku w postaci trygonometrycznej
- c) Przekształcenie liczby na postać trygonometryczną, przekształcenie liczby na postać kartezjańską
- d) Przekształcenie liczby na postać trygonometryczną, podniesienie do potęgi przy pomocy wzoru Moivre'a, przekształcenie wyniku do postaci kartezjańskiej (o ile to możliwe)

Pytanie 6

$$\sin 2\pi$$

Powyższa wartość funkcji sinus równa jest...

- a) $\sin \frac{\pi}{2}$
- b) $\cos 0$
- c) $\sin 2$
- d) $\sin 0$

Pytanie 7

$$\frac{(1+\sqrt{3})^4 - (1-\sqrt{3})^3}{(1+i)^{23}} (1-i)^{44}$$

W jaki sposób obliczyć powyższą wartość?

- a) Jest ona niemożliwa do obliczenia
- b) Obliczyć np. liczbę $(1+\sqrt{3})^4$ i odpowiednio ją modyfikując liczby: $(1-\sqrt{3})^3$, $(1+i)^{23}$, $(1-i)^{44}$. Wyniki wstawić do wyrażenia i obliczyć je do końca w postaci kartezjańskiej.
- c) Obliczyć każdą z osobna liczby: $(1+\sqrt{3})^4$, $(1-\sqrt{3})^3$, $(1+i)^{23}$, $(1-i)^{44}$. Wyniki wstawić do wyrażenia i obliczyć je do końca w postaci kartezjańskiej.
- d) Najpierw upraszczając wyrażenie, poprzez skorzystanie z wzoru skróconego mnożenia w liczniku wyrażenia

Pytanie 8

Czy liczba zespolona podniesiona do potęgi może być równa liczbie rzeczywistej

- a) Nie
- b) Tak

Pytanie 9

Czy każdą liczbę zespoloną można podnieść do potęgi korzystając z postaci trygonometrycznej?

- a) Nie
- b) Tak, chociaż czasami może wymagać to użycia bardzo dokładnych tablic trygonometrycznych

Pytanie 10

$$\frac{(5-i)^9}{(3+2i)^7}$$

Co należałoby zrobić mając do obliczenia powyższe wyrażenie?

a) Zadanie niemożliwe do wykonania, bo bez dokładnych tablic nie zamienimy $5-i$ ani $3+2i$ na postacie trygonometryczne

b) Przekształcić w następujący sposób: $\frac{(5-i)^9}{(3+2i)^7} = \left(\frac{5-i}{3+2i}\right)^7$ i spróbować podzielić $5-i$ przez $3+2i$ a wynik podnieść do 7

c) Przekształcić w następujący sposób: $\frac{(5-i)^9}{(3+2i)^7} = \left(\frac{5-i}{3+2i}\right)^9$ i spróbować podzielić $5-i$ przez $3+2i$ a wynik podnieść do 9

d) Przekształcić w następujący sposób:

$$\frac{(5-i)^9}{(3+2i)^7} = \frac{(5-i)^7 (5-i)^2}{(3+2i)^7} = \frac{(5-i)^7}{(3+2i)^7} (5-i)^2 = \left(\frac{5-i}{3+2i}\right)^7 (5-i)^2$$

i spróbować podzielić $5-i$ przez $3+2i$, wynik podnieść do 7 i przemnożyć przez $5-i$ podniesione do 2 ze wzoru skróconego mnożenia

ZADANIA

Oblicz:

1) $(1+i\sqrt{3})^7$

2) $\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

3) $(\sqrt{3}-i)^5$

4) $(1+i)^{27}$

5) $\frac{(3-3i)^7}{(4+4\sqrt{3}i)^9}$

6) $\frac{(-\sqrt{3}-i)^{12}}{(1+\sqrt{3}i)^4}(1-i)^{10}$

7) $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$

8) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7$

9) $\left(\frac{8-4i}{3+i}\right)^7$

KONIEC