



KURS MATEMATYKA DYSKRETNA

Lekcja 2

Działania na zbiorach (algebra zbiorów).
Dowody i tożsamości. Diagramy Venna.

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jedynym uniwersum U dla zbioru $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ jest zbiór...

- a) Takim uniwersum może być wiele różnych zbiorów
- b) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- c) $U = \{n \in N_+ : n \text{ jest parzyste}\}$
- d) Wszystkich liczb

Pytanie 2

Przypuśćmy, że zbiór A zawiera 3 elementy, a zbiór B zawiera 2 elementy. Ile elementów zawiera suma tych zbiorów $A \cup B$?

- a) Na pewno 5
- b) Na pewno 3, 4 albo 5
- c) Na pewno 3 albo 5
- d) Na pewno 4 albo 5

Pytanie 3

Przypuśćmy, że zbiór A zawiera 3 elementy, a zbiór B zawiera 2 elementy. Ile elementów zawiera iloczyn tych zbiorów $A \cap B$?

- a) Na pewno 3, albo 2
- b) Na pewno 0, 1 albo 2
- c) Na pewno 0, 1, 2, albo 3
- d) 6

Pytanie 4

Przypuśćmy, że zbiór A zawiera 3 elementy, a zbiór B zawiera 2 elementy. Ile elementów zawiera różnica tych zbiorów $A \setminus B$?

- a) Na pewno 1, 2 albo 3
- b) Na pewno 1
- c) Na pewno 0, 1, 2, albo 3
- d) Na pewno 1, albo 2



Pytanie 5

Które zdanie jest zawsze prawdziwe?

- a) W różnicy symetrycznej $A \oplus B$ zawiera się zbiór $A \cup B$
- b) W różnicy symetrycznej $A \oplus B$ zawiera się zbiór $A \cap B$
- c) W różnicy symetrycznej $A \oplus B$ nie zawiera się zbiór $A \cap B$
- d) W różnicy symetrycznej $A \oplus B$ nie zawiera się zbiór $A \cup B$

Pytanie 6

Które zdanie jest zawsze prawdziwe?

- a) Dopełnienie A^c jest zbiorem nieskończonym
- b) Dopełnienie A^c zawiera się w uniwersum U
- c) Dopełnienie A^c jest zbiorem skończonym, jeżeli zbiór A jest zbiorem nieskończonym
- d) Dopełnienie A^c ma niepustą część wspólną ze zbiorem B różnym od A

Pytanie 7

Aby dowieść, że: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, wystarczy...

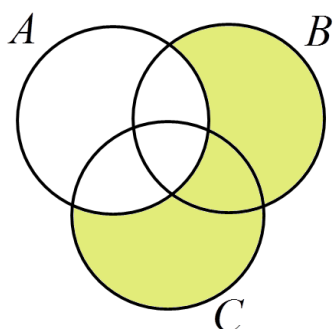
- a) Pokazać, że: $(A \cup B) \cup C \subseteq A \cup (B \cup C)$
- b) Pokazać, że: $(A \cup B) \cup C \subseteq A \cup (B \cup C)$ i że: $A \cup (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cup C$
- c) Pokazać, że: $(A \cup B) \cup C \subseteq A \cup (B \cup C)$, albo że: $A \cup (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cup C$
- d) Wykazać, że $A = B = C$

Pytanie 8

Aby udowodnić, że $A \subseteq B$, wystarczy...

- a) Pokazać, że jeżeli $x \in A$, to na pewno $x \in B$.
- b) Pokazać, że jeżeli $x \in A$, to jest możliwość, że $x \in B$.
- c) Pokazać, że jeżeli $x \in B$, to na pewno $x \in A$.
- d) Wykazać, że zbiór A ma mniej elementów od B .

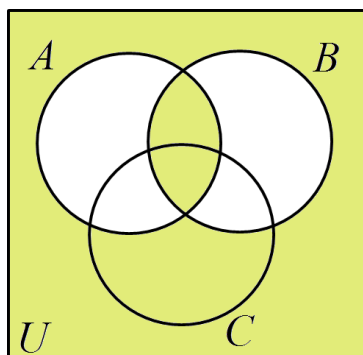
Pytanie 9



Jaki zbiór przedstawiony jest (na żółto) na powyższym diagramie Venna?

- a) $(B \setminus A) \cup C$
- b) $(B \cup C) \setminus A$
- c) $(B \cup C) \setminus (A \cap B)$
- d) $(A \cup B) \setminus C$

Pytanie 10



Jaki zbiór przedstawiony jest (na żółto) na powyższym diagramie Venna?

- a) $(A^c \cup C^c) \cap (A \cup B)$
- b) $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$
- c) $(A \cap B)^c$
- d) $(A \cup B)^c \setminus (A \cap B)$

Część 2: ZADANIA

Zad.1

Niech $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 11\}$,
 $C = \{0, 12\}$, $D = \{1, 2, 3, 5, 8\}$. Wyznacz:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap D$
- c) $A^c \cup D$
- d) $(A \cup B)^c \cap C$
- e) $A \setminus B$
- f) $(D \setminus A^c)^c$
- g) $(A \cup B)^c \cup C^c$
- h) $A \oplus B^c$

Zad.2

Niech $U = \mathbb{R}$, $A = \langle -1, 1 \rangle$, $B = \langle 0, 3 \rangle$. Wyznacz:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) A^c
- d) B^c
- e) $A \setminus B$
- f) $B \setminus A$
- g) $A \oplus B$
- h) $A^c \cup B^c$

Zad. 3

Niech $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 11\}$, $B = \{n \in N_+ : n \text{ jest parzyste}\}$,

$C = \{n \in N_+ : n \text{ jest liczba pierwsza}\}$. Jako uniwersum U przyjmij zbiór N_+ . Wyznacz:

- a) $A \cap B$
- b) $A \cap C$
- c) $A \cap (B \cap C)$

- d) $P(A \cap B^c)$
- e) $A \cap (B \cap C^c)$
- f) $B \setminus A$
- g) $C \setminus A^c$
- h) $(A \cup B^c)^c \cup (A \cup C^c)^c$

Zad. 4

Niech alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, $U = \Sigma^*$, $A = \{a, c, aa, bb, abc\}$, $B = \{w \in \Sigma^* : \text{dlugosc } w \leq 2\}$, $C = \{w \in \Sigma^* : \text{dlugosc } w > 2\}$. Wyznacz:

- a) $A \cup B$
- b) $A \oplus B$
- c) $B \setminus A$
- d) $A^c \cap B$
- e) $B \cap C$
- f) $(B \cap C^c) \cup A$
- g) $C^c \cap A^c$

Zad. 5

Sprawdź (przy pomocy np. diagramów Venna), czy dla ustalonego uniwersum U poniższe tożsamości są prawdziwe. Jeśli nie, podaj kontrprzykład.

- a) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- b) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
- c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
- d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
- e) $A \cup (B \oplus C) = (A \cup B) \oplus (A \cup C)$
- f) $A \cap B = A^c \cup B^c$
- g) $(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$
- h) $A \oplus B \subseteq (A \oplus C) \cup (B \oplus C)$
- i) $A \cup (A \cap B) = A$
- j) $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cup B) = C$

Zad. 6

Udowodnij poniższe twierdzenia, nie używając diagramów Venna.

- a) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- c) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
- d) $(A \subseteq B) \wedge (C \subseteq D) \Rightarrow (A \cap C \subseteq B \cap D)$
- e) $(A \subseteq B) \Rightarrow (C \setminus B \subseteq C \setminus A)$
- f) $(A \subseteq B) \Leftrightarrow (B = A \cup (B \setminus A))$

KONIEC