



KURS MATURA PODSTAWOWA

LEKCJA 3 Równania i nierówności

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Najmniejsza liczba całkowita spełniająca nierówność $-x^2 + 4x + 1 \geq 0$ jest równa:

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1

Pytanie 2

Ile liczb naturalnych spełnia nierówność $\frac{3}{8} < \frac{x}{4} < \frac{11}{10}$?

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5

Pytanie 3

Rozwiązaniem równania $\frac{x+2}{x+1} = x+2$:

- a) jest tylko liczba (-2)
- b) jest tylko liczba (-1)
- c) jest tylko liczba 0
- d) są dokładnie dwie liczby: (-2) i 0



Pytanie 4

Równość $(\sqrt{3}x+1)^2 = (1-\sqrt{3})^2$ jest:

- a) prawdziwa tylko dla $x = \sqrt{3}$
- b) prawdziwa tylko dla $x = -1$
- c) prawdziwa dla dokładnie dwóch liczb rzeczywistych
- d) fałszywa dla dowolnej liczby rzeczywistej

Pytanie 5

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x^2 + 1)(3 - x) > 0$ nie należy liczba:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

Pytanie 6

Rozwiązaniem równania $\frac{x+3}{x+2} = \frac{4}{5}$ jest liczba:

- a) $x = -7$
- b) $x = -2$
- c) $x = -1$
- d) $x = 3$

Pytanie 7

Liczba rozwiązań równania $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = 0$ wynosi:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3



Pytanie 8

Równanie $(x^2 - 3)(1 - x)(x^2 - 4) = 0$ z niewiadomą x :

- a) ma dokładnie dwa rozwiązania w zbiorze liczb naturalnych
- b) ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb naturalnych
- c) ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb naturalnych
- d) nie ma rozwiązań w zbiorze liczb naturalnych

Pytanie 9

Równanie $x^2 + mx + 4 = 0$ ma jedno rozwiązanie:

- a) tylko dla $m = 0$
- b) tylko dla $m = 4$
- c) tylko dla $m = -4$ oraz $m = 4$
- d) dla nieskończenie wielu wartości parametru m

Pytanie 10

Rozwiązaniem nierówności $-x^2 + x + 20 \leq 0$ jest zbiór:

- a) $(-4, 5)$
- b) $\langle -4, 5 \rangle$
- c) $(-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$
- d) $(-\infty, -4) \cup \langle 5, +\infty \rangle$

Pytanie 11

Układ równań $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$:

- a) nie ma rozwiązań
- b) ma jedno rozwiązanie
- c) ma dwa rozwiązania
- d) ma nieskończenie wiele rozwiązań



Pytanie 12

Zbiorem rozwiązań nierówności $-x^2 + 6x - 9 < 0$ jest:

- a) $\mathbb{R}$
- b) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$
- c) $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$
- d) $\{3\}$

Pytanie 13

Jednym z pierwiastków równania $5 + (a - x) \cdot x = (x + 1)^2$ jest liczba 2. Zatem współczynnik a jest równy:

- a) 4
- b) 2
- c) 0
- d) -2

Pytanie 14

Wskaż nierówność, której rozwiązaniem jest zbiór $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$:

- a) $-x^2 + x + 6 \geq 0$
- b) $-x^2 - x + 6 \geq 0$
- c) $-x^2 + x + 6 \leq 0$
- d) $-x^2 - x + 6 \leq 0$

Pytanie 15

Wskaż układ równań, który nie ma rozwiązań:

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ -1\frac{1}{2}x - y = -3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x = -3 \end{cases}$$

Pytanie 16

Zbiór liczb rzeczywistych jest rozwiązaniem nierówności:

a) $-2x^2 - x + 4 > 0$

b) $-x^2 + 2x - 1 \geq 0$

c) $x^2 + 8x + 16 > 0$

d) $x^2 - 4x + 6 \geq 0$

Pytanie 17

Kasia kupiła pewną ilość cukierków po 10 zł za kilogram oraz pewną ilość cukierków po 15 zł za kilogram. Łącznie kupiła 3 kg cukierków i zapłaciła za wszystko 40 zł. Sytuację tę można opisać układem równań:

a)
$$\begin{cases} 10x + 15y = 40 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

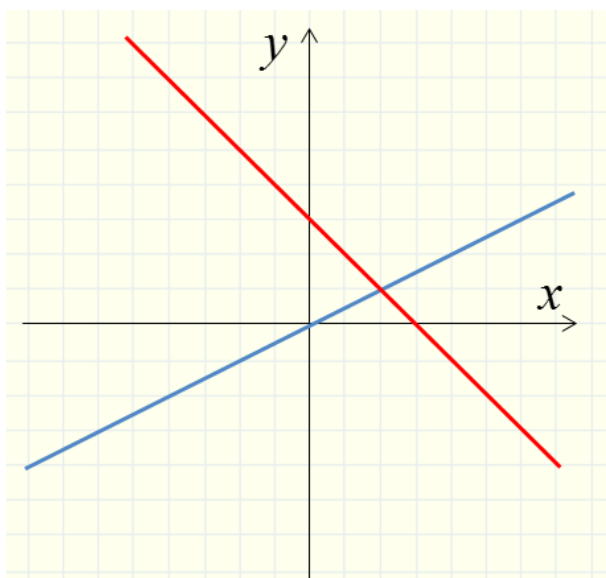
b)
$$\begin{cases} 10x + 15y = 3 \\ x + y = 40 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 10x - 15y = 40 \\ x \cdot y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + 3y = 40 \\ x + y = 10 + 15 \end{cases}$$

Pytanie 18

Poniższy rysunek jest interpretacją geometryczną jednego z wymienionych układów równań. Wskaż ten układ.



a) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Pytanie 19

Jednym z pierwiastków równania $x^3 + x^2 - x = 0$ jest liczba:

- a) -3
- b) -1
- c) 0
- d) 1

Pytanie 20

Równanie $4 - 2x - x^2 = 0$:

- a) nie ma rozwiązań rzeczywistych
- b) ma jedno rozwiązanie rzeczywiste
- c) ma dwa rozwiązania rzeczywiste
- d) ma trzy rozwiązania rzeczywiste



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Rozwiąż równanie $2(x^2 + 2x - 15)(x^2 - 4) = 0$.

Zad. 2

Rozwiąż równanie $x + 2 = \sqrt{2}x - 1$. Wynik przedstaw w postaci $a\sqrt{2} + b$, gdzie a i b są liczbami wymiernymi.

Zad. 3

Rozwiąż nierówność $\frac{x+2}{2} + \frac{1-x}{3} - \frac{x+3}{4} > 1$.

Zad. 4

Rozwiąż nierówność $(x-2)^2 + 3(1-x) \geq 2(x-2)(x+2) + 7$.

Zad. 5

Jednym z rozwiązań równania $-x^2 + 3x + c = 0$ jest liczba 7. Wyznacz wartość współczynnika c oraz drugie rozwiązanie tego równania.

Zad. 6

Wyznacz liczby b i c , dla których zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 + bx + c \geq 0$ jest przedział $(-\infty, -3) \cup \langle 6, +\infty)$.

Zad. 7

Rozwiąż równanie $(x-3)^2 - 3(x-5)(x+5) = 3(1-6x) + 1$.

**Zad. 8**

Wyznacz sumę wszystkich całkowitych rozwiązań równania

$$x(x^2 + 2x - 4)(x^2 - 16)(x^2 + 1) = 0.$$

Zad. 9

Średnia wieku w 11-osobowej drużynie piłkarskiej wynosi 25 lat. Jeśli do średniej wliczymy również wiek trenera tej drużyny, to średnia wieku wzrośnie o 1,5 roku. Ile lat ma trener?

Zad. 10

6 lat temu ojciec był 4 razy starszy od syna. Za 12 lat ojciec będzie już tylko 2 razy starszy od syna. Ile lat ma obecnie ojciec, a ile syn?

Zad. 11

Trzej wspólnicy postanowili podzielić zysk ze sprzedaży produktów w stosunku 3:4:5. Ten z nich, któremu przypadła najmniejsza część, otrzymał 6000 zł. Jaka była łączna kwota zysku i ile otrzymali pozostali wspólnicy?

Zad. 12

W karawanie szły dwugarbne wielbłądy i jednogarbne dromadery. Łącznie oba gatunki zwierząt miały 40 garbów i 25 głów. Ile wielbłądów i ile dromaderów szło w tej karawanie?

Zad. 13

Suma cyfr liczby dwucyfrowej wynosi 6. Jeśli zamienimy kolejność cyfr w tej liczbie, to otrzymamy liczbę o 36 od niej większą. Wyznacz tę liczbę.

Zad. 14

Suma trzykrotności pewnej dodatniej liczby x i kwadratu liczby o 1 mniejszej od x jest równa 13. Wyznacz tę liczbę.



Zad. 15

Obwód pewnego prostokąta wynosi 20, a jego pole powierzchni jest równe 24. Wyznacz długości boków tego prostokąta.

Zad. 16

Pewien zakład produkcyjny otrzymał zlecenie na wykonanie 240 sztuk pewnego produktu. Gdyby zatrudniono dodatkowo dwie osoby, to wykonanie tego zlecenia zajęłoby o 4 dni mniej niż przy obecnej ilości zatrudnionych osób. Ile osób pracuje w tym zakładzie i na ile dni zaplanowano wykonanie zlecenia?

Zad. 17

Jaką ilość wody z 200 g roztworu soli o stężeniu 15% należy odparować, aby otrzymać roztwór 20%?

Zad. 18

Pociąg osobowy pokonuje trasę liczącą 480 km w czasie o 2 h dłuższym niż pociąg pospieszny. Pociąg pospieszny jedzie z prędkością o 50% większą niż pociąg osobowy. Wyznacz prędkości obu pociągów na tej trasie.

Zad. 19

Wykaż, że równanie $(x^2 + 2x - 2)(x^2 - 8) = 0$ nie ma rozwiązań w zbiorze liczb wymiernych.

Zad. 20

Wykaż, że zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{(x - \frac{1}{2})^2}{-3} \leq x^2 + 1$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

KONIEC