



KURS
MATURA ROZSZERZONA
część 1

LEKCJA 1
Liczby rzeczywiste

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Dane są liczby $a = 2^{2019}$, $b = 8^{684}$, $c = 3^{1368}$, $d = (2^{2^{10}})^2$. Liczby te spełniają nierówności:

- a) $a < d < c < b$
- b) $a < d < b < c$
- c) $b < c < a < d$
- d) $c < b < d < a$

Pytanie 2

Liczba $(9^{\frac{1}{3}} + 6^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{3}})(3^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}})$ jest równa:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

Pytanie 3

Liczba $\sqrt{16 + 6\sqrt{7}}$ jest równa:

- a) $4 + \sqrt{7}$
- b) $9 + 2\sqrt{7}$
- c) $4 + 2\sqrt{7}$
- d) $3 + \sqrt{7}$



Pytanie 4

Wśród dzielników liczby $(5!)^{10}$ nie ma liczby:

- a) 1024
- b) 972
- c) 1050
- d) 1080

Pytanie 5

Dane są liczby $a = \log_3 5$ oraz $b = \log_3 2$. Liczba $\log_{0,6} 50$ jest równa:

- a) $\frac{2a+b}{1-a}$
- b) $\frac{2a+b}{a+1}$
- c) $2ab-1$
- d) $2a+b-1$

Pytanie 6

Ostatnią cyfrą liczby 567^{567} jest:

- a) 1
- b) 3
- c) 7
- d) 9

Pytanie 7

Liczba $\frac{3}{\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{3}}$ jest równa:

- a) $\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)$
- b) $\sqrt[3]{36}-\sqrt[3]{9}$
- c) $\sqrt[3]{36}-\sqrt[3]{18}+\sqrt[3]{9}$
- d) $9-2\sqrt[3]{18}$

Pytanie 8

Suma $0,(7)+0,(17)$ jest równa:

- a) $0,(87)$
- b) $0,(24)$
- c) $0,(94)$
- d) $0,(97)$

Pytanie 9

Wartość wyrażenia $|x+4|-\sqrt{x^2-6x+9}$ dla $x < -8$ jest równa:

- a) $-2x-1$
- b) $2x+1$
- c) -7
- d) 7

Pytanie 10

Suma wszystkich liczb całkowitych spełniających nierówność $|x+4|+|x-6| < 16$ wynosi:

- a) 8
- b) 15
- c) 17
- d) 24



Pytanie 11

Liczba $\frac{\log_{\pi} 8}{\log_{\pi} 4} + \frac{1}{\log_8 4}$ jest równa:

- a) π
- b) 2
- c) 3
- d) 4

Pytanie 12

Liczba $\log_5 10$ jest liczbą:

- a) wymierną
- b) mniejszą od 1
- c) ujemną
- d) dodatnią

Pytanie 13

Wskaż równość prawdziwą dla każdej liczby $x > 0$:

- a) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$
- b) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x} = \sqrt[7]{x}$
- c) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \sqrt[3]{x}$
- d) $\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^3} = 1$

Pytanie 14

Błąd względny przybliżenia liczby $0,(35)$ do 0,35 jest równy:

- a) 3,5%
- b) 1%
- c) 2%
- d) 0,1%



Pytanie 15

Wiedząc, że $\log_3 2 \approx 0,63$, wyznacz wartość liczby $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 16

Suma pewnych dwóch liczb wynosi 13, a suma kwadratów tych liczb wynosi 89. Wyznacz wartość sumy sześciątów tych liczb. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 17

Największy wspólny dzielnik pewnych dwóch liczb naturalnych jest równy 89, a suma tych liczb jest równa 267. Wyznacz iloczyn tych liczb. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 18

Niech M będzie najmniejszą liczbą całkowitą większą od

$\sqrt{5+\sqrt{10}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{\sqrt{10}+4}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{\sqrt{10}+4}}$. Oblicz wartość M^M . Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 19

O pewnej niezerowej liczbie x wiadomo, że spełnia równanie $x + \frac{1}{x} = 4,28$. Wyznacz wartość wyrażenia $x^2 + \frac{1}{x^2}$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Pytanie 20

Wyznacz największy wspólny dzielnik liczb $12!$ i 15^4 . Zakoduj cyfrę tysięcy, setek i dziesiątek otrzymanego wyniku.



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Sprawdź, czy liczba $\log_2 5$ należy do przedziału $(2,2; 2,4)$.

Zad. 2

Wykaż, że liczba $2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2021}$ jest podzielna przez 7.

Zad. 3

Wykaż, że zachodzi nierówność $\sqrt{24} + \sqrt{27} < \sqrt{25} + \sqrt{26}$.

Zad. 4

Wykaż, że liczba $x = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ jest liczbą pierwszą.

Zad. 5

O pewnych dwóch liczbach naturalnych wiadomo, że ich suma jest równa 20, a ich największy wspólny dzielnik jest liczbą pierwszą. Wyznacz te liczby.

Zad. 6

Niech k będzie pewną liczbą naturalną dodatnią. Wykaż, że iloczyn liczby k i czterech kolejnych liczb naturalnych następujących po k jest podzielny przez 24 oraz że w zapisie dziesiętnym otrzymanego iloczynu występuje co najmniej jedno zero.

Zad. 7

Przedstaw liczbę $\frac{7}{24}$ jako sumę dwóch ułamków o licznikach równych 1 i mianownikach będących liczbami naturalnymi.

Zad. 8

Dane są zbiory $A = \{x \in \mathbb{R} : |x-2| \leq 6\}$ oraz $B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 8x + 16} < 8\}$. Wyznacz zbiory $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Zad. 9

Wykaż, że liczba $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2025}}$ jest liczbą naturalną.

Zad. 10

Wiedząc, że $\log_3 5 = a$, wyznacz wartość liczby $\log_{15} 25$.

Zad. 11

Wykaż, że liczba $\frac{\sqrt[5]{12} + 25}{5}$ należy do przedziału $(5\frac{1}{5}, 5\frac{2}{5})$.

Zad. 12

Oblicz: $2^{1+\log_4 9} + 4^{-\log_2 0,1}$.

Zad. 13

Wiedząc, że $a = \log_2 5$ oraz $b = \log_2 3$ wyznacz wartość $\log_6 75$ w zależności od a i b .

Zad. 14

Wykaż, że liczba $\frac{2019}{1 \cdot 2} + \frac{2019}{2 \cdot 3} + \frac{2019}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{2019}{2018 \cdot 2019}$ jest liczbą naturalną.

**Zad. 15**

Oddział żołnierzy liczy między 150 a 250 osób. Dowódca musi ustawić oddział na defiladę, jednak przy ustawieniu trójkami, czwórkami i szóstkami, zawsze zostawał jeden żołnierz. Przy ustawieniu piątkami zostawało dwóch żołnierzy. Dowódca zdecydował się na ustawienie siódmkami, wtedy wszystkie szeregi były równoliczne. Ilu żołnierzy liczył oddział?

Zad. 16

Niech $a = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$ oraz $b = \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}}}$. Wyznacz wartość liczby a^{2b} .

Zad. 17

Wiadomo, że $n^2 - m^2 = 37$, gdzie $n, m \in \mathbb{N}$. Wyznacz wartość wyrażenia $n^3 - m^3$.

Zad. 18

Wykaż, że liczba $n^6 - 2n^4 + n^2$ jest podzielna przez 36 dla dowolnej dodatniej liczby naturalnej n .

Zad. 19

Wykaż, że liczba $2^n \cdot 3^{2n} - 2^{3n}$ dla $n \in \mathbb{N}$ jest dodatnią liczbą naturalną podzielną przez 10.

Zad. 20

Największy wspólny dzielnik pewnych dwóch liczb naturalnych jest równy 8, a ich najmniejsza wspólna wielokrotność jest równa 168. Wyznacz te liczby.

KONIEC