



KURS  
MATURA ROZSZERZONA  
część 1

LEKCJA 3  
Równania i nierówności

ZADANIE DOMOWE

## Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

### Pytanie 1

Rozwiązaniem nierówności  $-x^2(x+4)(x-3)(x-2) > 0$  jest zbiór:

- a)  $(-\infty, -4) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$
- b)  $(-4, 0) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$
- c)  $(-4, 2) \cup (3, +\infty)$
- d)  $(-\infty, -4) \cup (2, 3)$

### Pytanie 2

Równanie  $|x+1| = \sqrt{9-6x+x^2}$  :

- a) nie ma rozwiązań
- b) ma jedno rozwiązanie
- c) ma dwa rozwiązania
- d) ma trzy rozwiązania

### Pytanie 3

Równanie  $4 - |3 - |2 - |1 - x|| = 0$ :

- a) nie ma rozwiązań
- b) ma dwa rozwiązania
- c) ma cztery rozwiązania
- d) ma sześć rozwiązań

**Pytanie 4**

Dwa ujemne pierwiastki ma równanie:

- a)  $x^2 - mx - 4 = 0$
- b)  $x^2 + x + m^2 + 1 = 0$
- c)  $x^2 + (m^2 + 3)x + m^2 + 1 = 0$
- d)  $mx^2 + 4x - m = 0$

**Pytanie 5**

Równanie  $x^8 - x^4 = 12$ :

- a) nie ma rozwiązań
- b) ma dwa rozwiązania
- c) ma cztery rozwiązania
- d) ma osiem rozwiązań

**Pytanie 6**

Równanie  $-2(x+4)^2 - 3 = m$  ma dwa rozwiązania dla:

- a)  $m \in (-\infty, -3)$
- b)  $m \in (-\infty, -4)$
- c)  $m \in (-3, +\infty)$
- d)  $m \in (-4, +\infty)$

**Pytanie 7**

Równanie  $x^2 + bx + c = 0$  ma dwa pierwiastki  $x_1, x_2$  takie, że  $x_1 < x_2$ . Wyrażenie  $x_1^2 - x_2^2$  przyjmuje wartość:

- a)  $\sqrt{b^2 - 4c}$
- b)  $-\sqrt{b^2 - 4c}$
- c)  $b\sqrt{b^2 - 4c}$
- d)  $-b\sqrt{b^2 - 4c}$

### Pytanie 8

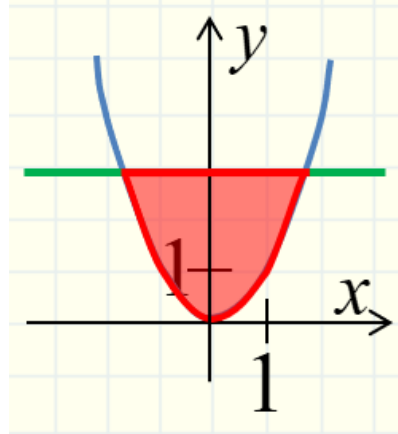
Obszar zacieniowany na rysunku obok jest rozwiązaniem układu nierówności:

a)  $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} y \leq x^2 \\ y \geq 3 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \geq 3 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} y \leq x^2 \\ y \leq 3 \end{cases}$



### Pytanie 9

Liczba  $x = 3$  jest rozwiązaniem równania:

a)  $\log_{1-x} (x-1)^2 = 2$

b)  $\log_{x+1} (x-1) = \frac{1}{2}$

c)  $2 \log_{x^2-1} 2 = \frac{1}{3}$

d)  $\log_{3\sqrt{3}} (3x) = 2$

### Pytanie 10

Rozwiązaniem nierówności  $\log_4 (x^2 - 2x) < \log_4 3$  jest zbiór:

a)  $(-1, 3)$

b)  $(0, 2)$

c)  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

d)  $(-1, 0) \cup (2, 3)$

**Pytanie 11**

Pierwiastkami równania  $x^2 + bx + c = 0$  są liczby przeciwne do pierwiastków równania  $x^2 + px + q = 0$ . Wówczas:

- a)  $p = b, q = c$
- b)  $p = b, q = -c$
- c)  $p = -b, q = c$
- d)  $p = -b, q = -c$

**Pytanie 12**

Układ nierówności  $\begin{cases} y > 2x + 1 \\ x < \frac{1}{2}y \end{cases}$ :

- a) nie ma rozwiązań
- b) ma nieskończenie wiele rozwiązań
- c) ma dokładnie jedno rozwiązanie
- d) ma dokładnie dwa rozwiązania

**Pytanie 13**

Układ równań  $\begin{cases} 2x + py = 1 \\ qx + 8y = 4 \end{cases}$  z parametrami  $p$  i  $q$  jest oznaczony wtedy i tylko wtedy, gdy:

- a)  $pq \neq 16$
- b)  $p + q \neq 16$
- c)  $p - q \neq 4$
- d)  $pq \neq 4$

**Pytanie 14**

Układ równań  $\begin{cases} y = \frac{a}{x} \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}$  z parametrami  $a$  i  $b$ :

- a) ma co najmniej jedno rozwiązanie
- b) ma dokładnie dwa rozwiązania
- c) ma dokładnie cztery rozwiązania
- d) ma co najwyżej cztery rozwiązania

**Pytanie 15**

Rozwiąż nierówność  $x^4 \leq 28x^2 + 288$ . Wyznacz iloczyn wszystkich liczb naturalnych dodatnich spełniających tę nierówność. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

**Pytanie 16**

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność

$\sqrt{400 - 40x + x^2} + \sqrt{x^2 + 20x + 100} < 345$ . Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

**Pytanie 17**

Dana jest nierówność  $\sqrt{x-16} + \sqrt{x+14} < \sqrt{x+34}$ . Wyznacz sumę wszystkich liczb naturalnych spełniających tę nierówność. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

**Pytanie 18**

Wyznacz sumę odwrotności pierwiastków równania  $-3x^2 - 10x + 2 = 0$ . Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności czwartej potęgi otrzymanego wyniku.



**Pytanie 19**

Wyznacz sumę sześciąt pierwiastków równania  $x^2 - 8x + 5 = 0$ . Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

**Pytanie 20**

Wyznacz wartość parametru  $m$ , dla której równanie  $2x^2 - 4x - m = 0$  ma dwa różne pierwiastki  $x_1, x_2$  spełniające warunek  $3x_1 + 8x_1x_2 + 3x_2 + 11 = 0$ . Zakoduj cyfrę jedności oraz pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

## Część 2: ZADANIA

### Zad. 1

Rozwiąż nierówność  $x - 2 \geq \frac{1}{x}$ .

### Zad. 2

Rozwiąż nierówność  $3^{x^2+x} - 81^3 > 0$ .

### Zad. 3

Rozwiąż równanie  $\sqrt{x+2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - \sqrt{x-2\sqrt{3}}$ .

### Zad. 4

Rozwiąż równanie  $x^2 + 4x - \sqrt{x^2 + 8x + 16} = 0$ .

### Zad. 5

Rozwiąż równanie  $\log_{x^2-3} 2 = \log_2(x^2-3)$ .

### Zad. 6

Rozwiąż równanie  $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{(x-1)^2} + \frac{x}{(x-1)^3} + \dots = \frac{1}{x+4}$ .



**Zad. 7**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $x^2 - x + |x - 2| = m$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.

**Zad. 8**

Określ liczbę rozwiązań równania  $\frac{mx}{2} + \frac{1}{x} = 4$  w zależności od parametru  $m$ . Wyznacz wzór i naszkicuj wykres funkcji  $f(m)$ , która każdej liczbie rzeczywistej  $m$  przyporządkowuje liczbę rozwiązań tego równania.

**Zad. 9**

Określ liczbę rozwiązań równania  $\left| |x^2 - 4| - 3 \right| - 2 = m$  w zależności od parametru  $m$ . Wyznacz wzór i naszkicuj wykres funkcji  $f(m)$ , która każdej liczbie rzeczywistej  $m$  przyporządkowuje liczbę rozwiązań tego równania.

**Zad. 10**

Wykaż, że dla dowolnej wartości parametru  $m$  suma odwrotności kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania  $3x^2 + 8mx - 2x - m^2 - 1 = 0$  jest większa od  $\frac{2}{(m^2 + 1)^2}$ .

**Zad. 11**

Wyznacz wartości parametru  $m$ , dla których suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania  $x^2 + (m+1)x + 3 = 0$  jest równa  $5 - m$ .

**Zad. 12**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których suma odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania  $x^2 + (m-4)x + 4 = 0$  jest mniejsza od 2.

**Zad. 13**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których dwa różne pierwiastki równania  $mx^2 + (2m+1)x + 3 = 0$  spełniają warunek  $x_1 < -1 < x_2$ .

**Zad. 14**

Rozwiąż nierówność  $2 - \sqrt[6]{\frac{x+4}{2x}} > \sqrt[3]{\frac{x+4}{2x}}$ .

**Zad. 15**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których rozwiązaniem układu równań

$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ ax + ay = 4 \end{cases}$  jest para liczb o przeciwnych znakach.

**Zad. 16**

Zaznacz w układzie współrzędnych rozwiązanie układu nierówności  $\begin{cases} y + 2x \geq 0 \\ y + 2x \leq 8 \\ y - 2x \geq -4 \\ y - 2x \leq 4 \end{cases}$ . Oblicz pole

figury wyznaczonej przez ten układ.

**Zad. 17**

Rozwiąż algebraicznie układ równań  $\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + (y-1)^2 = 13 \end{cases}$ , a następnie przedstaw ilustrację graficzną tego układu na płaszczyźnie kartezjańskiej.

**Zad. 18**

Naszkicuj w układzie współrzędnych ilustrację graficzną rozwiązania równania  $|x| - |y| = 2$ .



**Zad. 19**

Zieloną doliną idzie kaczką, dobre ziarenka nosi w paczkach.

Gdyby jeszcze jedna szła, trochę by jej pomogła.

Druga kaczką po fitnessie więcej paczek sama niesie.

Jeśli idą kaczką dwie, to trzy kursy robią się.

Pierwsza kaczką idzie sama, osiem kursów robi dama.

Gdyby druga sama szła, ile kursów by niosła?

Kwa kwa kwa kwa kwa ile kursów by niosła?

**Zad. 20**

Józek, Marian i Bronek muszą skosić pole. Jeśli kosić będzie Józek z Bronkiem, a Marian pójdzie zbierać grzyby, to skoszenie pola zajmie 3 h 20 min. Jeśli kosić będzie Marian z Bronkiem, a Józek pójdzie kopać kartofle, to skoszenie pola zajmie 3 h. Jeśli wszyscy zostaną na polu i będą kosić we trzech, to skoszenie pola zajmie 2 h. Ile czasu zajęłoby skoszenie pola każdemu z panów, jeśli każdy z nich miałby kosić je sam?

KONIEC