



KURS MATURA ROZSZERZONA część 1

LEKCJA 4

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

10 osób ustawia się losowo w szereg. Prawdopodobieństwo, że osoby A , B i C staną obok siebie w dowolnej kolejności jest równe:

- a) $\frac{1}{8}$
- b) $\frac{1}{15}$
- c) $\frac{2}{13}$
- d) $\frac{2}{15}$

Pytanie 2

Z urny zawierającej 8 kul czerwonych i 6 kul czarnych losujemy dwie kule. Prawdopodobieństwo, że obie wylosowane kule będą czerwone jest równe:

- a) $\frac{4}{13}$
- b) $\frac{5}{12}$
- c) $\frac{5}{16}$
- d) $\frac{5}{14}$



Pytanie 3

Na ile sposobów może usiąść przy okrągłym stole 6 osób tak, aby Jacek i Agatka siedzieli naprzeciwko siebie?

- a) 144
- b) 72
- c) 24
- d) 12

Pytanie 4

Na płaszczyźnie zaznaczono 10 punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. Ile prostych wyznaczają te punkty?

- a) 36
- b) 45
- c) 72
- d) 90

Pytanie 5

Liczb pięciocyfrowych, w których cyfra 0 występuje dokładnie dwa razy jest:

- a) 4374
- b) 5942
- c) 7290
- d) 8748

Pytanie 6

Rzucamy sześć razy sześcienną symetryczną kostką do gry. Wiadomo, że w pierwszych trzech rzutach wypadły liczby parzyste. Prawdopodobieństwo wyrzucenia sześciu szóstek jest:

- a) mniejsze od prawdopodobieństwa wyrzucenia trzech szóstek i trzech trójek
- b) równe prawdopodobieństwu wyrzucenia za każdym razem liczby oczek równej numerowi rzutu
- c) równe prawdopodobieństwu wyrzucenia czterech dwójek i dwóch trójek
- d) większe od prawdopodobieństwa wyrzucenia dwóch dwójek i czterech trójek



Pytanie 7

W zawodach pływackich 80% zawodników bierze udział w konkurencjach w stylu dowolnym, 50% zawodników bierze udział w konkurencjach w stylu klasycznym, a 30% zawodników bierze udział w konkurencjach w obu tych stylach. Oznaczmy: D - zdarzenie: wybrany losowo zawodnik bierze udział w konkurencjach w stylu dowolnym; K - zdarzenie: wybrany losowo zawodnik bierze udział w konkurencjach w stylu klasycznym. Wskaż zależność prawdziwą:

- a) $P(D \cup K) < 1$
- b) $0,6 \leq P(D - K) \leq 1$
- c) $P(D | K) < P(K | D)$
- d) $P(D | K) + P(K | D) > 0,9$

Pytanie 8

W grupie 20 osób 16 zna język angielski, a 12 zna język niemiecki. Przez A oznaczmy zdarzenie: losowo wybrana osoba z tej grupy zna jednocześnie język angielski i niemiecki. Zatem spełniony jest warunek:

- a) $0 \leq P(A) \leq 0,2$
- b) $0,2 \leq P(A) \leq 0,4$
- c) $0,4 \leq P(A) \leq 0,6$
- d) $0,6 \leq P(A) \leq 0,8$

Pytanie 9

Na stole leżą cukierki: 3 Krówki i 5 Michałków. Jaś i Małgosia mają podzielić się w sposób losowy po równo tymi cukierkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wszystkie Krówki trafią do Małgosi?

- a) $\frac{1}{14}$
- b) $\frac{1}{7}$
- c) $\frac{3}{15}$
- d) $\frac{3}{16}$



Pytanie 10

W loterii fantowej jest m losów, z których n jest wygrywających ($n < m$; $m, n \in \mathbb{N}_+$). Bolek losuje jeden los, po czym Lolek losuje również jeden los. Wskaż zdanie prawdziwe:

- a) Większe szanse na wyciągnięcie losu wygrywającego ma Bolek.
- b) Większe szanse na wyciągnięcie losu wygrywającego ma Lolek.
- c) Szanse Bolka i Lolka na wyciągnięcie losu wygrywającego są równe.
- d) Za mało danych, żeby porównać szanse na wygraną Bolka i Lolka.

Pytanie 11

Dane są zdarzenia A i B takie, że $P(A) = 0,5$ oraz $P(A' \cap B) = 0,4$. Wówczas:

- a) $P(B) = 0,4$
- b) $P(A \cup B) = 0,9$
- c) $P(A \cap B) \leq 0,4$
- d) $P(A \cap B) \geq 0,1$

Pytanie 12

Niech A i B będą zdarzeniami losowymi takimi, że $A, B \subset \Omega$ oraz $A \cup B = \Omega$. Wówczas:

- a) $P(A' \cup B') = 1$
- b) $P(A \cap B) = 0$
- c) $P(A') \leq P(B')$
- d) $P(A') \leq P(B)$

Pytanie 13

Liczbę podzielną przez 9 otrzymamy dla dowolnej liczby naturalnej n dla wyrażenia:

a) $\binom{n+6}{2} + \binom{n+3}{2}$

b) $\binom{n+6}{2} - \binom{n-3}{2}$

c) $(3n)!$

d) $\binom{9n}{0}$

Pytanie 14

Odchylenie standardowe pięciu liczb jest równe zero. Wówczas:

- a) wszystkie te liczby mają tę samą wartość
- b) liczby te tworzą ciąg arytmetyczny o niezerowej różnicy
- c) liczby te tworzą ciąg geometryczny o ilorazie różnym od 1
- d) co najmniej dwie spośród tych liczb są ujemne i co najmniej dwie są dodatnie

Pytanie 15

W urnie jest 10 kul niebieskich i n kul czerwonych. Wylosowano dwie kule.

Prawdopodobieństwo, że obie wylosowane piłeczki są czerwone wynosi 0,35. Wyznacz n .

Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności liczby n^2 .

Pytanie 16

10 osób siada w kinie w jednym rzędzie mieszczącym 10 miejsc. Oblicz prawdopodobieństwo, że usiedli tak, że Asia siedzi na miejscu z brzegu, a między Czarkiem a Asią siedzi przynajmniej Basia. Zakoduj pierwsze trzy miejsca po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.



Pytanie 17

W urnie znajduje się 20 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 20. Losujemy kolejno bez zwracania 5 kul i ustawiamy je w ciąg. Oblicz prawdopodobieństwo utworzenia ciągu rosnącego. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności mianownika tego ułamka.

Pytanie 18

Wzdłuż drogi, po jednej jej stronie, należy zasadzić 200 klonów, wśród których jest 8 klonów czerwonych, reszta to klony polne. W obrębie jednego gatunku sadzonki są nierozróżnialne. Między dwoma sąsiednimi klonami czerwonymi należy posadzić 6 klonów polnych. Oblicz, na ile sposobów można to zrobić. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 19

Z elementów pewnego zbioru można utworzyć 16 razy więcej nieuporządkowanych par niż zbiór ten zawiera elementów. Wyznacz liczbę elementów tego zbioru. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 20

Wyznacz wymierny składnik rozwinięcia wyrażenia $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{10}$ uporządkowanego do najprostszej postaci. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Oblicz, ile jest liczb dwudziestocyfrowych o iloczynie cyfr równym 12.

Zad. 2

Do wagonu pociągu, w którym jest dziesięć pustych ośmioosobowych przedziałów, wsiadło ośmiu pasażerów. Na ile sposobów pasażerowie mogą rozsiąść się w przedziałach tak, aby zajęli dokładnie trzy przedziały?

Zad. 3

Spośród wierzchołków sześcianu losujemy cztery wierzchołki. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowane wierzchołki utworzą prostokąt niebędący kwadratem. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 4

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, \dots, 2n-1, 2n\}$ losujemy kolejno bez zwracania trzy liczby.

Wyznacz prawdopodobieństwo, że suma wylosowanych liczb jest parzysta. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 5

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \dots, 500\}$ losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że wartość bezwzględna różnicy tych liczb jest równa 5. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

**Zad. 6**

Na wykładzie z matematyki sześciu studentów chce usiąść w jednym rzędzie, który składa się z 30 miejsc. Studenci kolejno wybierają w tym rzędzie miejsca dla siebie. Oblicz prawdopodobieństwo, że będą siedzieć obok siebie i między żadnymi dwoma studentami nie będzie wolnego miejsca. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 7

Oblicz, ile jest liczb pięciocyfrowych, w których zapisie występuje co najmniej jedno zero.

Zad. 8

Oblicz prawdopodobieństwo, że przy trzykrotnym rzucie kostką otrzymane wyniki utworzą ciąg arytmetyczny. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 9

Średnio 5% bombek choinkowych w każdej partii produkcyjnej zawierającej 1000 sztuk jest uszkodzonych. Z jednej partii losujemy kolejno bez zwracania trzy bombki. Pierwsze dwie wylosowane bombki są uszkodzone. Oblicz prawdopodobieństwo, że trzecia wylosowana bombka również będzie uszkodzona. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 10

W pewnej grupie jest 1,5 razy tyle dziewcząt, co chłopców. 30% dziewcząt i 40% chłopców nosi okulary. Wybrano jedną osobę z tej grupy i okazało się, że osoba ta nosi okulary. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrano dziewczynę. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 11

W urnie znajduje się 5 kul białych, 2 zielone i 3 czerwone. Wylosowano 3 kule i odłożono poza urnę, a następnie wylosowano jednocześnie dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie wylosowane przy drugim losowaniu kule są czerwone.

**Zad. 12**

Antek chciał wypłacić pieniądze z bankomatu, ale zapomniał kodu PIN. Pamiętał jedynie, że kod ten zawiera co najmniej jedną cyfrę 5. Zakładając, że wpisanie jednej cyfry zajmuje Antkowi jedną sekundę, wyświetlenie informacji o błędnym kodzie PIN i przywrócenie możliwości ponownego wpisania kodu zajmuje bankomatowi 5 sekund oraz że karta płatnicza nie blokuje się po żadnej liczbie błędnie wprowadzonych kodów, oblicz jaki jest najdłuższy możliwy czas, po którym bankomat wyda Antkowi pieniądze.

Zad. 13

Jeśli czujnik jest sprawny, to wykrywa awarię urządzenia z prawdopodobieństwem 0,95. Jeśli czujnik jest niesprawny, to tylko w 15% przypadków wykryje awarię urządzenia. Średnio 4 na 5 czujników jest sprawnych. Czujnik wykrył awarię urządzenia. Oblicz prawdopodobieństwo, że był to czujnik sprawny.

Zad. 14

Z urny zawierającej kule w trzech kolorach: niebieskim, czerwonym i zielonym, losujemy kolejno bez zwracania trzy kule. Kul czerwonych jest 2 razy więcej niż kul niebieskich, a kul zielonych jest trzy razy więcej niż kul niebieskich. Oblicz, ile co najmniej musi być łącznie kul w tej urnie, aby prawdopodobieństwo wylosowania dokładnie dwóch kul zielonych było mniejsze od 0,4.

Zad. 15

W sześciacie ponumerowano losowo wszystkie krawędzie liczbami od 1 do 12. Oblicz prawdopodobieństwo, że krawędzie o numerach 1 i 2 są do siebie równoległe.

Zad. 16

Spośród wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego n -kątnego, gdzie $n \geq 3$, losujemy dwie krawędzie. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie wylosowane krawędzie będą krawędziami bocznymi. Wykaż, że prawdopodobieństwo to rośnie wraz ze wzrostem n .

**Zad. 17**

W pierwszej urnie jest 10 kul czerwonych i 10 kul zielonych, w drugiej urnie jest 15 kul czerwonych i 15 kul zielonych. Należy rozmieścić w tych urnach jeszcze 20 kul zielonych. Po ile kul należy włożyć do urn, aby prawdopodobieństwo wylosowania zielonej kuli z dowolnej urny było największe?

Zad. 18

Dane są zdarzenia losowe A i B takie, że $A, B \subset \Omega$ oraz $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,4$. Wykaż, że $0,3 \leq P(A' \cap B') \leq 0,6$.

Zad. 19

Dane są zdarzenia losowe A i B takie, że $A, B \subset \Omega$ oraz $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,8$. Oszacuj prawdopodobieństwo zdarzenia $P(A|B)$.

Zad. 20

Średnia arytmetyczna zestawu n liczb wynosi 4, a ich wariancja jest równa 2. Każdą z tych liczb pomnożono przez 3 i otrzymano nowy zestaw. Wyznacz średnią arytmetyczną, wariancję i odchylenie standardowe tego zestawu liczb.

KONIEC