KURS

MATURA ROZSZERZONA

LEKCJA 10

Geometria analityczna

*ZADANIE DOMOWE*

# Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

**Pytanie 1**

Jeśli dla prostych o równaniach $3x+2y-1=0$ oraz $Ax+By+C=0$ spełniony jest warunek $A=-\frac{2}{3}B$, to proste te:

a) są równoległe
b) są prostopadłe
c) przecinają się pod kątem innym niż prosty
d) pokrywają się

**Pytanie 2**

Dane są punkty $A=(4,3)$, $B=(-1,4)$, $C=(3,-2)$. Zatem:

a) $\overrightarrow{AB}=[5,-1]$
b) $\overrightarrow{BC}=[2,2]$
c) $\overrightarrow{BA}=[5,-1]$
d) $\overrightarrow{CA}=[-1,-5]$

**Pytanie 3**

Wśród poniższych par parą wektorów równoległych jest:

a) $\vec{u}=[-2,4]$, $\vec{v}=[4,-2]$
b) $\vec{u}=[1,2]$, $\vec{v}=[3,4]$
c) $\vec{u}=[2,-3]$, $\vec{v}=[-4,6]$
d) $\vec{u}=[1,0]$, $\vec{v}=[0,1]$

## Pytanie 4

Parabola o równaniu $y=-2(x+2)^2-6$ jest obrazem paraboli $y=-2(x-6)^2+2$ w przesunięciu o wektor:

a) $[4,4]$
b) $[-4,-4]$
c) $[8,8]$
d) $[-8,-8]$

## Pytanie 5

Dla wektorów $\vec{u}=[3,-2]$ oraz $\vec{v}=[2,-3]$, prawdziwa jest zależność:

a) $\vec{u}+\vec{v}=[1,1]$
b) $2\vec{u}-3\vec{v}=\vec{0}$
c) $3\vec{u}+2\vec{v}=[13,-12]$
d) $\vec{u}-\vec{v}=[1,-1]$

## Pytanie 6

Okręgi o równaniach $O_1:(x-3)^2+(y-2)^2=20$ oraz $O_2:x^2+y^2+8y+11=0$ są:

a) styczne zewnętrznie
b) styczne wewnętrznie
c) przecinające się
d) rozłączne

## Pytanie 7

Punkt $M=(m-3,2m^2)$ należy do odcinka o końcach $A=(-2,5), B=(6,-3)$ dla:

a) $m=\frac{3}{2}$
b) $m=-2$
c) $m\in\left\{-2,\frac{3}{2}\right\}$
d) $m\in\left\{\frac{3}{2},2\right\}$

## Pytanie 8

Obrazem okręgu $(x-2)^2+(y+4)^2=4$ w symetrii względem punktu $S=(1,1)$ jest okrąg:

a) $(x-3)^2+(y+3)^2=4$

b) $x^2+(y-6)^2=4$

c) $(x-6)^2+y^2=4$

d) $(x+2)^2+(y-4)^2=4$

## Pytanie 9

Odległość między prostymi o równaniach $2x-3y+1=0$ oraz $-4x+6y-1=0$ wynosi:

a) $\frac{\sqrt{26}}{26}$

b) $\frac{\sqrt{13}}{13}$

c) $\frac{\sqrt{13}}{26}$

d) $\frac{\sqrt{5}}{26}$

## Pytanie 10

Okręgiem jednokładnym w skali $k=-3$ w jednokładności o środku $O=(3,2)$ względem okręgu o równaniu $x^2+y^2=4$ jest:

a) $(x-3)^2+(y-2)^2=12$

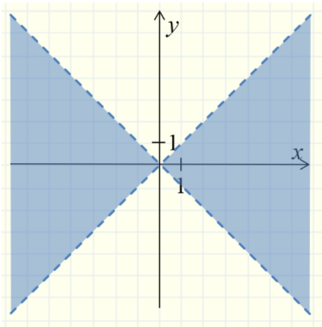
b) $(x-12)^2+(y-8)^2=36$

c) $(x-9)^2+(y-6)^2=12$

d) $(x-9)^2+(y-6)^2=36$

## Pytanie 11

Wskaż nierówność opisującą obszar przedstawiony na rysunku:




a) $|y|<|x|$
b) $|y|>|x|$
c) $|x|+|y|>0$
d) $|y|-|x|>0$

## Pytanie 12

Dane są punkty $A=(x_A,y_A)$, $B=(x_B,y_B)$, $S=(x_S,y_S)$. Jeśli punkt $S$ jest środkiem odcinka $AB$, to:

a) $\overrightarrow{AS}=\overrightarrow{BS}$
b) $\overrightarrow{AS}=-\overrightarrow{SB}$
c) $\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{BS}=\overrightarrow{AB}$
d) $\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{AB}$

## Pytanie 13

Dane są punkty $A=(1,4)$, $B=(5,6)$, $C=(3,0)$. Wskaż informację nieprawdziwą:

a) trójkąt $ABC$ jest prostokątny
b) pole trójkąta $ABC$ jest równe 10
c) $|BC|=2\cdot|AB|$
d) miara kąta $ABC$ wynosi $45°$

## Pytanie 14

Środek ciężkości trójkąta o wierzchołkach $A=(-2,3)$, $B=(4,1)$, $C=(1,2)$ ma współrzędne:

a) $M=(3,6)$
b) $M=(1,2)$
c) $M=(-1,2)$
d) $M=(2,1)$

**Pytanie 15**

Wyznacz najmniejszą odległość pomiędzy punktem należącym do paraboli o równaniu $y=4x^2-1$ a prostą o równaniu $y=-x-10$. Zakoduj cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku przybliżenia rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku o części setnych.

**Pytanie 16**

Wyznacz miarę kąta rozwartego utworzonego przez proste o równaniach $y=4x+5$ oraz $y=\frac{1}{2}x-1$. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek oraz jedności rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

**Pytanie 17**

Środek $S$ okręgu leży na prostej o równaniu $y=-2x-6$. Okrąg ten przechodzi przez punkty $A=(6,30)$ oraz $B=(-18,6)$. Wyznacz pole trójkąta $ABS$.

**Pytanie 18**

Parabola o równaniu $y=x^2-24x+216$ jest obrazem paraboli o równaniu $y=x^2+46x+481$ w translacji o wektor $\vec{u}$. Wyznacz długość wektora $\vec{u}$. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

**Pytanie 19**

W okrąg o równaniu $(x-3)^2+(y-3)^2=80$ wpisany jest trójkąt, którego dwa wierzchołki znajdują się na prostej $x-3y-14=0$. Wyznacz największe możliwe pole takiego trójkąta. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

**Pytanie 20**

Wyznacz wartość parametru $m$, dla którego punkty $A=(m-8,4)$, $B=(-12,12-m)$ oraz $C=\left(m+8,\frac{m}{2}\right)$ są współliniowe, nieleżące na prostej poziomej. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

# Część 2: ZADANIA

**Zad. 1**

Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $A=(4,8)$, tworzący wraz z osiami $OX$ i $OY$ w drugiej ćwiartce układu współrzędnych trójkąt prostokątny o polu 36.

**Zad. 2**

W trójkącie równobocznym $ABC$ dane są współrzędne wierzchołków $A=(2,1)$ oraz $B=(8,4)$. Wyznacz równanie prostej zawierającej bok $AC$ tego trójkąta.

**Zad. 3**

Wyznacz równanie prostej, względem której okręgi o równaniach $(x+2)^2+(y+7)^2=5$ oraz $x^2+y^2-12x-10y+56=0$ są symetryczne.

**Zad. 4**

Odcinek $AC$, gdzie $A=(2,3)$ oraz $C=(7,7)$, jest przekątną równoległoboku $ABCD$. Przekątna $BD$ tego równoległoboku zawiera się w prostej o równaniu $y=-\frac{2}{3}x+8$. Wyznacz współrzędne wierzchołków $B$ i $D$ wiedząc, że pole tego równoległoboku jest równe 11.

**Zad. 5**

Wyznacz wartość parametru $a$, dla którego okrąg o równaniu $x^2+y^2-(2a-2)x+5a=0$ jest styczny do prostej o równaniu $x=10$. Wyznacz środek i promień tego okręgu.

**Zad. 6**

W parabolę o równaniu $y=-x^2+10x$ wpisano prostokąt w taki sposób, że dwa wierzchołki tego prostokąta o obu współrzędnych dodatnich leżą na wykresie paraboli, a dwa pozostałe wierzchołki leżą na osi $OX$. Wyznacz największe możliwe pole takiego prostokąta.

**Zad. 7**

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których punkt $A=(m,2m-1)$ należy do wnętrza okręgu o równaniu $x^2-10x+y^2-2y+10=0$.

**Zad. 8**

W trójkącie równoramiennym $ABC$ o podstawie $AB$ dane są współrzędne wierzchołków $A=(3,1)$ i $B=(9,5)$ oraz punkt przecięcia wysokości trójkąta $H=\left(\frac{16}{3},4\right)$. Wyznacz współrzędne wierzchołka $C$ tego trójkąta.

**Zad. 9**

Wyznacz równania prostych zawierających dwusieczne kątów utworzonych przez proste o równaniach $y=8x-3$ oraz $y=\frac{1}{8}x+1$.

**Zad. 10**

Dany jest romb $ABCD$, w którym przeciwległe wierzchołki mają współrzędne $A=(-3,3)$ oraz $C=(3,1)$. Wyznacz współrzędne wierzchołków $B$ i $D$ tego rombu wiedząc, że jego pole jest równe 40.

**Zad. 11**

Wykaż, że czworokąt o wierzchołkach w punktach $A=(2,-2)$, $B=(-1,4)$, $C=(-7,1)$ oraz .

$D=(-8,-7)$ jest trapezem prostokątnym.

**Zad. 12**

W trapezie równoramiennym $ABCD$ Dane są jego przeciwległe wierzchołki $B=(6,-2)$ i $D=(0,7)$ oraz równanie osi symetrii tego trapezu: $y=2x-1$. Wyznacz współrzędne punktu $S$ przecięcia przekątnych trapezu $ABCD$.

**Zad. 13**

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu $(x-4)^2+(y+2)^2=17$ prostopadłych do prostej o równaniu $y=-\frac{x}{4}+5$.

**Zad. 14**

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu $(x-3)^2+(y-6)^2=9$ przechodzących przez początek układu współrzędnych.

**Zad. 15**

Punkt $A=(2,4)$ jest jednym z wierzchołków trójkąta równobocznego $ABC$, a punkt $O=\left(8,4-2\sqrt{3}\right)$ jest punktem przecięcia wysokości tego trójkąta. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego trójkąta.

**Zad. 16**

Dwa przeciwległe wierzchołki kwadratu $ABCD$ mają współrzędne $A=(-8,2)$ oraz $C=(4,6)$. Wyznacz współrzędne wierzchołków $B$ i $D$ tego kwadratu.

**Zad. 17**

Wyznacz równanie okręgu wpisanego w trójkąt o wierzchołkach $A=(-1,3)$, $B=(-5,6)$, $C=(-9,3)$.

## Zad. 18

Wyznacz pole obszaru opisanego układem nierówności $\begin{cases} (x-4)^2+(y-3)^2 \le 8 \\ x-y+5 \ge 0 \\ x+y-3 \ge 0 \\ x+y-11 \le 0 \end{cases}$.

## Zad. 19

Wyznacz współrzędne środka oraz skalę jednokładności, w której obrazem odcinka $AB$ o końcach w punktach $A=(1,3)$ oraz $B=(5,0)$ jest odcinek $CD$ o końcach w punktach $C=(17,7)$ oraz $D=(5,16)$.

## Zad. 20

Podstawa $AB$ trójkąta równoramiennego $ABC$ zawiera się w prostej o równaniu $x+2y-8=0$, a ramię $AC$ tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $7x-11y+119=0$. Wyznacz równanie prostej $BC$ wiedząc, że pole trójkąta $ABC$ jest równe 75.

KONIEC