



KURS MATURA ROZSZERZONA

LEKCJA 11 Stereometria

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Przekrojem ostrosłupa prawidłowego czworokątnego nie może być:

- a) trójkąt
- b) trapez
- c) pięciokąt
- d) sześciokąt

Pytanie 2

Bryła, której wierzchołkami są środki ciężkości wszystkich ścian czworościanu foremnego jest:

- a) sześcianiem
- b) czworościanem foremnym
- c) ośmiościanem foremnym
- d) ostrosłupem prawidłowym czworokątnym

Pytanie 3

Objętość czworościanu foremnego o krawędzi a wynosi:

- a) $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$
- b) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$
- c) $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
- d) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$



Pytanie 4

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają długość a . Pole przekroju tego ostrosłupa przechodzącego przez przekątną podstawy oraz wysokości ścian bocznych wychodzące z wierzchołków podstawy będących końcami tej przekątnej jest równe:

- a) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$
- b) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
- c) $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$
- d) $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$

Pytanie 5

W stożek o promieniu podstawy 3 i wysokości $3\sqrt{3}$ wpisano kulę. Pole przekroju tego stożka stycznego do kuli jest równe:

- a) π
- b) $\frac{3}{2}\pi$
- c) 2π
- d) 3π

Pytanie 6

Czworościan foremny powiększono tak, że jego objętość wzrosła 8 razy. Suma długości jego krawędzi:

- a) wzrosła 8 razy
- b) wzrosła 4 razy
- c) wzrosła 2 razy
- d) nie zmieniła się



Pytanie 7

W kulę o promieniu R wpisano graniastosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $\frac{3}{2}R$.

Objętość tego graniastosłupa wynosi:

- a) $\frac{7}{8}R^3$
- b) $\frac{21}{16}R^3$
- c) $\frac{21}{8}R^3$
- d) $\frac{7}{16}R^3$

Pytanie 8

W czworościanie foremnym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem α , że:

- a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$
- b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$
- c) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$
- d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Pytanie 9

Objętość ośmiościanu foremnego o krawędzi a jest równa:

- a) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$
- b) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$
- c) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$
- d) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$



Pytanie 10

Jeśli wielościan jest wielościanem foremnym, to **nieprawdą jest**, że:

- a) wszystkie jego ściany są wielokątami foremnymi
- b) jest bryłą wypukłą
- c) w każdym wierzchołku zbiega się jednakowa liczba ścian
- d) suma miar kątów zbiegających się w jednym wierzchołku może być większa niż 360°

Pytanie 11

Ostrosłup prawidłowy czworokątny przecięto płaszczyzną równoległą do podstawy dzielącą wysokość ostrosłupa w stosunku $2:3$ licząc od wierzchołka ostrosłupa. Płaszczyzna ta podzieliła ostrosłup na dwie bryły: mniejszy ostrosłup czworokątny i ostrosłup ścięty. Stosunek objętości powstałego mniejszego ostrosłupa do objętości wyjściowego ostrosłupa jest równy:

- a) $\frac{4}{9}$
- b) $\frac{8}{27}$
- c) $\frac{4}{25}$
- d) $\frac{8}{125}$

Pytanie 12

W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym najdłuższa przekątna tego graniastosłupa ma długość 12 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Objętość tego graniastosłupa wynosi:

- a) $81\sqrt{3}$
- b) 243
- c) $81\sqrt{6}$
- d) $243\sqrt{3}$



Pytanie 13

W kulę o promieniu R wpisano sześcián. Objętość tego sześciánu wynosi:

- a) $\frac{2\sqrt{3}R^3}{3}$
- b) $\frac{8\sqrt{2}R^3}{9}$
- c) $\frac{8\sqrt{3}R^3}{9}$
- d) $\frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$

Pytanie 14

Jeśli stożek w walec mają równe promienie podstawy i równe objętości, to:

- a) wysokość walca jest równa wysokości stożka
- b) wysokość walca jest 3 razy większa od wysokości stożka
- c) wysokość walca jest 3 razy mniejsza od wysokości stożka
- d) tworząca walca jest równa tworzącej stożka

Pytanie 15

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o wszystkich krawędziach długości 8 poprowadzono przekrój przechodzący przez przekątną podstawy nachylony do płaszczyzny postawy pod kątem α . Wyznacz miarę kąta α wiedząc, że pole powstałego przekroju wynosi $16\sqrt{2}$. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 16

Na stożku o promieniu podstawy 3 i wysokości 4 opisano kulę, na której opisano kolejny stożek. Wiedząc, że przekrojem osiowym opisanego na kuli stożka jest trójkąt równoboczny, wyznacz jego objętość. Przyjmij $\pi \approx 3,14$. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.



Pytanie 17

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 i 12 obrócono wokół przeciwprostokątnej. Oblicz objętość otrzymanej bryły przyjmując $\pi \approx 3,14$. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 18

W stożek o promieniu podstawy długości 4 wpisano kulę o promieniu 2. Wyznacz cosinus kąta rozwarcia stożka zakoduj pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 19

W ostrosłupie trójkątnym $ABCS$, którego podstawą jest trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych $|AB| = 4$ i $|AC| = 3$, ściana boczna BCS jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Wyznacz objętość tego ostrosłupa wiedząc, że pole powierzchni ściany bocznej BCS wynosi 12. Zakoduj cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 20

Stożek o tworzącej długości 9 i wysokości większej niż 5 ma objętość równą 90π . Wyznacz cosinus kąta rozwarcia tego stożka. Zakoduj pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego wartości bezwzględnej otrzymanego wyniku.



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Wykaż, że w ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym ściany boczne **nie mogą być** trójkątami równobocznymi.

Zad. 2

Wykaż, że suma odległości dowolnego punktu leżącego wewnątrz czworościanu foremnego od wszystkich jego ścian jest równa wysokości tego czworościanu.

Zad. 3

Z wycinka koła o promieniu 6 i kącie 120° utworzono powierzchnię boczną stożka. Wyznacz sinus kąta rozwarcia tego stożka.

Zad. 4

Podstawą ostrosłupa trójkątnego jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 6 i 8. Wyznacz objętość tego ostrosłupa wiedząc, że wszystkie krawędzie boczne mają długość 13.

Zad. 5

W ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy długości 24 i wysokości długości $12\sqrt{3}$ wpisano kulę, w którą wpisano ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $5\sqrt{3}$. Wyznacz objętość mniejszego z ostrosłupów.

Zad. 6

Oblicz objętość czworościanu foremnego o krawędzi długości 6.

**Zad. 7**

Podstawą ostrosłupa trójkątnego jest trójkąt o bokach długości 7, 8 i 9. Wyznacz objętość tego ostrosłupa wiedząc, że wysokości wszystkich ścian bocznych mają długość 5.

Zad. 8

Sześcian o krawędzi 24 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną jednej ze ścian i nachyloną do niej pod kątem 45° . Oblicz pole powstałego przekroju.

Zad. 9

Sześcian o krawędzi 6 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną jednej ze ścian i nachyloną do niej pod kątem 60° . Oblicz obwód powstałego przekroju.

Zad. 10

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi podstawy 12 i wysokości 8 poprowadzono przekrój przechodzący przez krawędź podstawy i środki przeciwległych krawędzi bocznych. Oblicz pole powstałego przekroju.

Zad. 11

W kulę o promieniu $R = 5$ wpisano ostrosłup prawidłowy czworokątny o objętości $V = 54$, którego wysokość przechodzi przez środek kuli. Wyznacz długość krawędzi podstawy oraz wysokość tego ostrosłupa.

Zad. 12

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym o wysokości $H = 5\sqrt{5}$ przekrój przechodzący przez wierzchołek tego ostrosłupa oraz środki dwóch sąsiednich krawędzi podstawy ma pole $24\sqrt{2}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zad. 13**

W ostrosłupie czworokątnym $ABCD$ podstawa $ABCD$ jest kwadratem, a wysokość AS jest 4 razy dłuższa od krawędzi podstawy. Oblicz cosinus kąta między ścianami BCS i CDS tego ostrosłupa.

Zad. 14

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość a . Krawędź boczna tworzy z krawędzią podstawy kąt o mierze 45° . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch krawędzi podstawy i środek krawędzi bocznej wychodzącej z tego samego wierzchołka, co dane dwie krawędzi podstawy. Oblicz pole powstałego przekroju.

Zad. 15

Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 10, a kąt między ścianami bocznymi ma miarę 120° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad. 16

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość a , a kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę α . Wyznacz objętość tego ostrosłupa.

Zad. 17

W kulę o promieniu R wpisano stożek, którego przekrojem osiowym jest trójkąt równoboczny. W ten stożek wpisano kulę, a w nią kolejny stożek, którego przekrojem osiowym jest trójkąt równoboczny. W stożek kolejną kulę itd. Wyznacz sumę objętości wszystkich stożków.

Zad. 18

Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 12. Wyznacz najmniejsze możliwe pole powierzchni całkowitej takiego graniastosłupa.



Zad. 19

W kulę o promieniu R wpisano stożek. Wyznacz największą możliwą objętość tego stożka.

Zad. 20

W czworościan foremny o krawędzi 12 wpisano kulę. Czworościan ten przecięto płaszczyzną styczną do wpisanej kuli dzielącą czworościan na ostrosłup oraz ostrosłup ścięty. Oblicz objętość powstałego ostrosłupa.

KONIEC