



KURS MATURA ROZSZERZONA

LEKCJA 9 Planimetria

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Maksymalne pole rombu o boku długości 6 jest równe:

- a) 12
- b) 24
- c) 36
- d) 40

Pytanie 2

W okrąg o średnicy 8 wpisano trójkąt prostokątny. Długość środkowej tego trójkąta poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego wynosi:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 8

Pytanie 3

Trójkąt o bokach długości 12, 13, 14 jest:

- a) ostrokątny
- b) prostokątny
- c) rozwartokątny
- d) równoboczny

Pytanie 4

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 6 i 8 wpisano ćwiartkę koła w taki sposób, że środek tego koła jest jednocześnie wierzchołkiem przy kącie prostym trójkąta (zobacz rysunek). Pole tej ćwiartki koła jest równe:



- a) $12,28\pi$
- b) $6,48\pi$
- c) $5,76\pi$
- d) $23,04\pi$

Pytanie 5

Kwadrat otrzymamy łącząc środki boków:

- a) dowolnego trapezu
- b) dowolnego równoległoboku
- c) dowolnego rombu
- d) dowolnego kwadratu

Pytanie 6

Dłuższa podstawa trapezu ma długość 8. Punkt przecięcia przekątnych tego trapezu dzieli każdą z przekątnych w stosunku 4:1. Krótsza podstawa ma długość:

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5

Pytanie 7

Dany jest trójkąt równoramienny o bokach 12, 12, 14. Dwusieczna kąta przy podstawie dzieli ramię w stosunku

- a) 5:7
- b) 6:7
- c) 7:8
- d) 12:13

Pytanie 8

W trapez prostokątny o podstawach 4 i 6 wpisano okrąg. Promień tego okręgu ma długość:

- a) 2,4
- b) 2,5
- c) 2,6
- d) 3,2

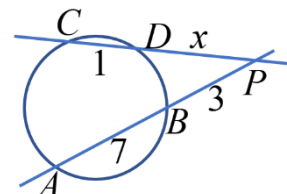
Pytanie 9

Na trójkącie równoramiennym ABC o ramionach AB i AC oraz kącie 40° przy wierzchołku A opisano okrąg. Na łuku AC tego okręgu obrano punkt D taki, że $|AD| = |CD|$. Miara kąta BCD jest równa:

- a) 75°
- b) 85°
- c) 105°
- d) 115°

Pytanie 10

W okręgu dane są cięciwy AB i CD , gdzie $|AB| = 7$ oraz $|CD| = 1$. Proste zawierające te cięciwy przecinają się w punkcie P takim, że $|PB| = 3$ (zobacz rysunek). Odcinek DP ma długość:



- a) 21
- b) 9
- c) 6
- d) 5

Pytanie 11

Stosunek pola trójkąta równobocznego opisanego na okręgu do pola trójkąta równobocznego wpisanego w ten okrąg wynosi:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) π



Pytanie 12

Na trapezie równoramiennym o podstawach długości 6 i 10 oraz wysokości długości 4 opisano okrąg. Długość promienia tego okręgu wynosi:

- a) 4,8
- b) 5
- c) 5,2
- d) 5,7

Pytanie 13

Jeśli boki trójkąta mają długości a , b , c , a kąty leżące naprzeciw nich mają miary odpowiednio α , β , γ , to zachodzi własność:

- a) $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
- b) $\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
- c) $\cos \alpha = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$
- d) $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ac}$

Pytanie 14

W trójkąt prostokątny wpisano okrąg, który podzielił przeciwprostokątną na odcinki długości x i y . Jeśli P oznacza pole tego trójkąta, to:

- a) $P = \frac{1}{2} x \cdot y$
- b) $P = 2x \cdot y$
- c) $P = x \cdot y$
- d) $P = \frac{3}{2} x \cdot y$



Pytanie 15

W trapezie $ABCD$ boki AB i CD są podstawami oraz $|CD| = 4$, $|AC| = 6$. Ponadto $|\sphericalangle DAC| = |\sphericalangle ABC|$. Wyznacz, jaką część pola trapezu $ABCD$ jest pole trójkąta ACD . Zakoduj wynik podając trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 16

Dany jest romb $ABCD$. Punkt E jest środkiem boku AB , a punkt F jest środkiem boku BC . Wyznacz, jaką część pola rombu jest pole trójkąta DEF . Zakoduj wynik podając trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 17

Na trójkącie o bokach długości 7, 8, 9 opisano okrąg. Oblicz długość promienia tego okręgu. Zakoduj kolejno cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 18

W okrąg wpisano trójkąt równoramienny o podstawie długości równej promieniowi tego okręgu. Wyznacz miarę kąta przy podstawie trójkąta. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Pytanie 19

W trójkącie ABC dane są $|AB| = 4$, $|BC| = 5$, $|AC| = 6$. Punkt D jest środkiem boku AB , a punkt E dzieli bok AC w stosunku 1:2 licząc od wierzchołka A . Wyznacz długość odcinka DE . Zakoduj kolejno cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Pytanie 20

Na okręgu opisano trapez równoramienny o ramieniu długości 30. Odcinek łączący środek okręgu z wierzchołkiem przy kącie rozwartym ma długość 18. Oblicz pole tego trapezu. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Udowodnij, że jeśli na czworokącie wypukłym można opisać okrąg, to suma miar przeciwległych kątów wewnętrznych tego czworokąta wynosi 180° .

Zad. 2

Udowodnij, że jeśli w czworokąt wypukły można wpisać okrąg, to sumy długości jego przeciwległych boków są równe.

Zad. 3

Wykaż, że trapez o podstawach długości 8 i 13 oraz ramionach długości 12 i 13 jest trapezem prostokątnym.

Zad. 4

W trójkącie prostokątnym ABC o kącie prostym przy wierzchołku C poprowadzono środkowe z wierzchołków A i B , które przecięły się w punkcie D . Wykaż, że pole trójkąta ABD stanowi $\frac{1}{3}$ pola trójkąta ABC .

Zad. 5

Wewnątrz sześciokąta o boku długości a obrano punkt P . Wyznacz sumę odległości punktu P od wszystkich boków tego sześciokąta w zależności od a .

Zad. 6

Wykaż, że środki boków dowolnego czworokąta wypukłego tworzą równoległobok o obwodzie mniejszym niż obwód tego czworokąta.



Zad. 7

Średnia geometryczna wyrazów $a_1, a_2, \dots, a_n$ wyraża się wzorem $\overline{a}_G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$.

Wykaż, że punkt styczności okręgu wpisanego w trapez z dłuższym ramieniem trapezu dzieli to ramię na odcinki, których średnia geometryczna jest równa promieniowi wpisanego okręgu.

Zad. 8

Środkowe trójkąta ABC przecięły się w punkcie S . Wyznacz, jaką część pola trójkąta ABC jest pole trójkąta ADS , gdzie punkt D jest środkiem boku AB .

Zad. 9

W trójkącie ostrokątnym ABC poprowadzono wysokości BD i CE . Wykaż, że $|\sphericalangle ABC| + |\sphericalangle BDE| = 90^\circ$.

Zad. 10

W trapezie $ABCD$, gdzie $AB \parallel CD$, przekątne przecinają się w punkcie S . Pole trójkąta ABS jest równe 16, a pole trójkąta CDS jest równe 9. Oblicz pole trapezu $ABCD$.

Zad. 11

Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny o ramieniu c i przekątnej długości d . Wykaż, że długość promienia okręgu opisanego na tym trapezie jest równa $\frac{cd}{4r}$.

Zad. 12

W okrąg wpisano czworokąt $ABCD$, gdzie $|AB| = 7$, $|BC| = |CD| = 8$, $|AD| = 6$. Oblicz długość przekątnej AC tego czworokąta.

**Zad. 13**

W trójkącie rozwartokątnym ABC o kącie rozwartym przy wierzchołku A poprowadzono wysokości BD i CE . Następnie wysokości te przedłużono do przecięcia w punkcie F . Wykaż, że $|\angle AFB| = |\angle AED|$.

Zad. 14

W równoległoboku $ABCD$ o kącie ostrym przy wierzchołku A dane są $|AB| = |CD| = 16$ oraz $|BC| = |AD| = 12$. Oblicz pole tego równoległoboku, jeśli $|\angle BAC| = 30^\circ$.

Zad. 15

W kwadracie $ABCD$ punkt E dzieli bok CD w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka C . Na odcinku BE obrano taki punkt F , że $|AD| = |DF|$. Oblicz, jaką część pola kwadratu $ABCD$ stanowi pole trójkąta AFD .

Zad. 16

W trójkącie ostrokątnym ABC na jednym z boków obrano punkt D . Przez punkt D poprowadzono proste równoległe do dwóch pozostałych boków trójkąta, dzieląc trójkąt ABC na dwa mniejsze trójkąty i równoległobok. Wykaż, że pole równoległoboku jest nie większe niż połowa pola trójkąta ABC .

Zad. 17

W trapezie o podstawach długości 10 i 15 i jednym ramieniu długości 3 suma miar kątów leżących przy dłuższej podstawie wynosi 90° . Wyznacz długość drugiego ramienia tego trapezu.

**Zad. 18**

W kwadracie $ABCD$ o boku długości 12 punkt E jest środkiem boku AB , punkt F jest środkiem boku AD . Punkt G dzieli bok AB w stosunku 1:2 licząc od wierzchołka A , natomiast punkt H dzieli bok BC w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka B . Odcinki EF i GH przecinają się w punkcie J . Oblicz długość odcinka CJ .

Zad. 19

W trójkącie ostrokątnym ABC punkt D dzieli bok BC w stosunku 1:2 licząc od wierzchołka B . Z wierzchołka B poprowadzono prostą przechodzącą przez środek odcinka AD , która przecięła bok AC w punkcie E . Oblicz, w jakiej proporcji, licząc od wierzchołka A , punkt E dzieli bok AC .

Zad. 20

Dany jest trapez $ABCD$, gdzie $AB \parallel CD$. Na ramionach AD i BC obrano odpowiednio punkty E i F takie, że $EF \parallel AB$. Na podstawie AB obrano punkt G taki, że czworokąt $AGFE$ jest równoległobokiem. Pole czworokąta $EFCD$ jest równe 18, pole trójkąta GBF jest równe 4. Wyznacz pole trapezu $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|EF| = 3 \cdot |CD|$.

KONIEC