



KURS

REKURENCJE, NOTACJA O, GRUPY I PIERŚCIEŃ (WYBRANE ZAGADNIENIA)

Lekcja 2
Wprowadzenie do rekurencji

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

W jaki sposób wyznaczamy n -ty wyraz ciągu w ciągach rekurencyjnych?

- a) Korzystając z wzoru na a_n .
- b) Odwołując się do wyrazu następnego po nim a_{n+1} .
- c) Odwołując się do któryś wyrazów o numerach mniejszych od niego.
- d) Odwołując się zawsze do wyrazu poprzedniego w stosunku do niego a_{n-1} .

Pytanie 2

Z jakich dwóch rzeczy składać się musi ciąg rekurencyjny?

- a) Danych elementów początkowych i zależności rekurencyjnej.
- b) Wzoru na n -ty wyraz i zależności rekurencyjnej.
- c) Danych elementów początkowych i wzoru na n -ty wyraz.
- d) Wzoru na a_n i a_0 .

Pytanie 3

Ciąg Fibonacciego to ciąg...

- a) Którego dwa pierwsze wyrazy są dowolne, ale dane, a kolejne powstają przez zsumowanie dwóch poprzednich.
- b) Którego każdy kolejny wyraz powstaje przed dodanie do poprzedniego wyrazu numeru n wyrazu.
- c) Którego każdy kolejny wyraz powstaje przed pomnożenie poprzedniego wyrazu przez numer n wyrazu.
- d) Którego dwa pierwsze wyrazy są równe 1.

Pytanie 4

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 1, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

Ile równy jest trzeci z kolei wyraz tego ciągu?

- a) 4
- b) 3
- c) 1
- d) 6

Pytanie 5

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = -a_{n-1}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

Jaki jest zbiór wartości tego ciągu?

- a) $\{-1, 1\}$
- b) Liczby całkowite mniejsze lub równe od 1.
- c) Liczby całkowite mniejsze od 1.
- d) $\{1\}$.

Pytanie 6

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ...

Jak można opisać rekurencyjnie powyższy ciąg?

- a) $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = 3^n, \quad n \geq 1 \end{cases}$
- b) $a_n = 3^{n-1}$
- c) $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = 3a_{n-1}, \quad n \geq 1 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = (a_{n-1})^3, \quad n \geq 1 \end{cases}$

Pytanie 7

$$\left\lfloor \frac{50}{3} \right\rfloor = ?$$

- a) 17
- b) 16,5
- c) 16
- d) $16\frac{2}{3}$

Pytanie 8

Niech $\Sigma=\{0, 1\}$ będzie alfabetem, a kolejne wyrazy ciągu to słowa w tym alfabecie określone rekurencyjnie:

$$\begin{cases} a_1 = 01 \\ a_n = 10a_{n-1}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

$$a_4 = ?$$

- a) 1001
- b) 10101001
- c) 1000
- d) 1010101001

Pytanie 9

Na czym polega metoda iteracyjna wyznaczania wyrazu a_n ciągu rekurencyjnego?

- a) Rozpoczynamy od wyrazu a_n , który określamy wyrazami o numerach mniejszych od niego, korzystając z zależności rekurencyjnej, potem te wyrazy określamy wyrazami „wcześniejszymi” itd.
- b) Zaczynamy od początkowego wyrazu (lub kilku początkowych) i liczymy kolejne jeden po drugim, aż wyznaczymy a_n .



Pytanie 10

Ile jest możliwych „rozstawień” n studentów w auli, która ma n miejsc?

- a) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = na_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$, gdzie a_n jest liczbą możliwych rozstawień
- b) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = n \cdot n \cdot a_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$, gdzie a_n jest liczbą możliwych rozstawień
- c) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$, gdzie a_n jest liczbą możliwych rozstawień
- d) Żadna z powyższych odpowiedzi nie jest poprawna.

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Wypisz pierwsze 6 wyrazów ciągu:

a) $a_0 = 1, a_n = \frac{a_{n-1}}{50+n}$

b) $a_0 = 1, a_1 = -1, a_n = a_{n-1}^2 + a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 2$

c)
$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2^{a_n} \quad \text{dla } n \geq 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -1 \\ a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & \text{dla } n \text{ nieparzystych} \\ -2a_n & \text{dla } n \text{ parzystych} \end{cases}, \quad \text{dla } n \geq 1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_{n-1} \quad \text{dla } n \geq 1 \end{cases}$$

f) $a_0 = 1, a_1 = -1, a_2 = 0, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3} \quad \text{dla } n \geq 3$

g)
$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 1 \\ a_n = \frac{10a_{n-1} + 100}{a_{n-2}} \quad \text{dla } n \geq 2 \end{cases}$$

Zad. 2

Podaj definicje rekurencyjne ciągów:

a) $1, 4, 7, 10, 13, \dots$

b) $16, 8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$

c) $a_n = 10^n$

d) $a_n = 1$

e) $a_n = 2n$



$$\text{f)} \quad a_n = \sum_{i=1}^n n^2$$

$$\text{g)} \quad a_n = \sum_{i=1}^n n^3$$

Zad. 3

W pewnym dalekim mieście wybuchła epidemia zombie. Zaczęło się od jednego zombie, które uciekło z wojskowego laboratorium. Można założyć, że każde zombie zaraża i zamienia w inne zombie 12 osób dziennie. Ile zombie będzie po tygodniu (załóż, że pierwsze zombie już pierwszego dnia po ucieczce zarażyło 12 osób)? Po ilu dniach populacja zombie przekroczy liczebnie populację Europy (przyjmij 712 milionów)? Zadanie rozwiąż iteracyjnie i rekurencyjnie, ze wskazaniem ogólnego wzoru.

KONIEC