



KURS REKURENCJE, NOTACJA O, GRUPY I PIERŚCIEŃ (WYBRANE ZAGADNIENIA)

Lekcja 4 Zbiory Z_p i działania modulo

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Działania modulo wykonujemy w zbiorze liczb:

- a) Z_p
- b) naturalnych
- c) rzeczywistych
- d) zespolonych

Pytanie 2

Przy dzieleniu liczby całkowitej n przez liczbę całkowitą p otrzymujemy dokładnie jedną parę liczb q i r taką, że $n = p \cdot q + r$, gdzie r spełnia warunek:

- a) $r < 0$
- b) r jest dowolną liczbą rzeczywistą
- c) $0 \leq r < q$
- d) $0 \leq r < p$

Pytanie 3

Przy dzieleniu liczby całkowitej n przez liczbę całkowitą p otrzymujemy dokładnie jedną parę liczb q i r taką, że $n = p \cdot q + r$, gdzie r spełnia warunek:

- a) ilorazem
- b) iloczynem
- c) resztą
- d) rozkładem



Pytanie 4

Relację przystawania modulo p nazywamy relacją:

- a) kongruencji
- b) kongregacji
- c) konfirmacji
- d) kontrapozycji

Pytanie 5

Zbiór $\mathbb{Z}_p$ definiujemy następująco:

- a) $\mathbb{Z}_p = \{1, 2, \dots, p\}$
- b) $\mathbb{Z}_p = \{1, 2, \dots, p-1\}$
- c) $\mathbb{Z}_p = \{0, 1, 2, \dots, p\}$
- d) $\mathbb{Z}_p = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$

Pytanie 6

Dwie liczby są ze sobą w relacji przystawania modulo p , wtedy i tylko wtedy, gdy:

- a) mają tę samą wartość
- b) ich ilorazy są takie same
- c) ich reszty z dzielenia przez p są takie same
- d) ich wartość bezwzględna jest taka sama

Pytanie 7

Na ile klas abstrakcji relacja przystawania modulo p dzieli zbiór liczb całkowitych?

- a) $p-1$
- b) p
- c) $p+1$
- d) p^2



Pytanie 8

Jaki największy możliwy wynik można otrzymać wykonując dodawanie modulo 5 ($+_5$)?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) można otrzymać dowolnie dużą liczbę

Pytanie 9

Która z podanych liczb przystaje modulo 7 do liczby 1?

- a) 0
- b) 7
- c) 8
- d) 13

Pytanie 10

Jaki wynik otrzymamy wykonując działanie $3 \cdot_{11} 4$?

- a) 11
- b) 12
- c) 1
- d) 2



Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Wykonaj dzielenie w zbiorze liczb całkowitych:

- a) $15:6=$
- b) $21:10=$
- c) $35:12=$
- d) $63:13=$
- e) $80:15=$
- f) $123:5=$
- g) $3\ 257:14=$
- h) $42\ 136:7=$
- i) $56\ 321:123=$
- j) $87\ 900:245=$

Zad. 2

Wyznacz odpowiednio $n \text{ DIV } p$ lub $n \text{ MOD } p$ dla poniższych przykładów:

- a) $15 \text{ DIV } 6=$
- b) $21 \text{ MOD } 4=$
- c) $-34 \text{ DIV } 12=$
- d) $45 \text{ MOD } 5=$
- e) $230 \text{ DIV } 7=$
- f) $-241 \text{ MOD } 7=$
- g) $13\ 421 \text{ DIV } 12=$
- h) $6\ 540 \text{ MOD } 9=$
- i) $-7\ 000 \text{ DIV } 3=$
- j) $-8250 \text{ MOD } 12=$

Zad. 3

Podaj przykłady liczb będących w relacji kongruencji modulo 5 z liczbą:

- a) 3
- b) 12
- c) 34
- d) 230

**Zad. 4**

Podaj przykłady liczb będących w relacji kongruencji modulo 11 z liczbą:

- a) 15 c) 73
- b) 28 d) 185

Zad. 5

Wyznacz klasy abstrakcji dla relacji kongruencji modulo 11.

Zad. 6

Wyznacz tablice działań $+$ i $\cdot$ w $\mathbb{Z}_4$.

Zad. 7

Wyznacz tablice działań $+$ i $\cdot$ w $\mathbb{Z}_6$.

Zad. 8

Wykonaj zadane dodawanie modulo p:

- a) $3 +_4 2 =$
- b) $4 +_5 4 =$
- c) $3 +_7 4 =$
- d) $10 +_{11} 9 =$
- e) $15 +_{23} 13 =$
- f) $16 +_{17} 4 =$

**Zad. 9**

Wykonaj zadane mnożenie modulo p :

a) $2 \cdot_3 2 =$

b) $3 \cdot_5 4 =$

c) $6 \cdot_7 3 =$

d) $12 \cdot_{13} 4 =$

e) $9 \cdot_{11} 8 =$

f) $15 \cdot_{19} 4 =$

Zad. 10

Wyznacz niewiadomą x :

a) $4 +_6 x = 0$

b) $x +_7 5 = 1$

c) $5 +_{11} x = 3$

d) $3 \cdot_6 x = 0$

e) $x \cdot_9 4 = 2$

f) $5 \cdot_{11} x = 4$

Zad. 11

Wykaż, że czterocyfrowa liczba $n=abcd$ jest podzielna przez 5 wtedy i tylko wtedy, gdy d jest podzielne przez 5.

Zad. 12

Wykaż, że czterocyfrowa liczba $n=abcd$ jest podzielna przez 11 wtedy i tylko wtedy, gdy $a-b+c-d$ jest podzielne przez 11.

**Zad. 13**

Wykonaj dzielenie wielomianów w zadanym zbiorze:

- a) $(x^3 + 3x^2 + 5x + 3) : (x + 2)$ w $\mathbb{Z}_6$
- b) $(x^3 + 3x^2 + 3x + 4) : (x + 4)$ w $\mathbb{Z}_5$
- c) $(x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 5x + 6) : (x + 4)$ w $\mathbb{Z}_7$
- d) $(x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 7x + 10) : (x + 9)$ w $\mathbb{Z}_{11}$

Zad. 14

Oblicz:

- a) $(382 + 759) \text{ MOD } 380$
- b) $(1100 + 3335) \text{ MOD } 555$
- c) $(7410 + 6171) \text{ MOD } 1234$
- d) $(122 \cdot 242) \text{ MOD } 120$
- e) $(670 \cdot 4000) \text{ MOD } 333$
- f) $(4635 \cdot 18420) \text{ MOD } 2300$

Zad. 15

Znajdź:

- a) $14^{555} \text{ MOD } 13$
- b) $20^{235} \text{ MOD } 21$
- c) $124^{28} \text{ MOD } 11$
- d) $324^{157} \text{ MOD } 7$

KONIEC