



KURS PRAWDOPODOBIENSTWO

Lekcja 1
Elementy kombinatoryki

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Kombinatorykę można określić jako :

- a) obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń
- b) obliczanie prawdopodobieństw zajścia elementów w zbiorze
- c) obliczanie liczby elementów
- d) wyznaczanie kolejności i porządku elementów w zbiorach

Pytanie 2

W Menu do wyboru mamy trzy rodzaje zup, 7 dań głównych, 4 desery i dwa napoje. Ile różnych zestawów składających się z zupy, dania głównego, deseru i napoju możemy zamówić?

- a) $\binom{16}{3} \cdot \binom{13}{7} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2}$
- b) 84
- c) 168
- d) 16

Pytanie 3

Zdarzenia: (Maciek, Ewa, Wojtek) i (Maciek, Wojtek, Ewa) to...

- a) ...te same zdarzenia
- b) ...być może te same zdarzenia, a być może nie
- c) ...te same zdarzenia wtedy i tylko wtedy, gdy kolejność ma znaczenie
- d) ...dwa osobne zdarzenia wtedy i tylko wtedy, gdy kolejność nie ma znaczenia



Pytanie 4

$$\binom{14}{12} = ?$$

- a) $= \frac{14!}{12!2!}$
- b) $= \frac{14!}{2!2!}$
- c) $= \frac{14!}{12!12!}$
- d) $= \frac{14 \cdot 13}{12 \cdot 11}$

Pytanie 5

Ile jest możliwych wyników losowań przy rzucie dwiema monetami i kostką?

- a) 24
- b) 10
- c) To zależy od tego, czy kolejność rzutów ma znaczenie
- d) 12

Pytanie 6

Wypisanie wszystkich możliwych elementów i policzenie ich...

- a) Jest w kombinatoryce zawsze niemożliwe do zrobienia
- b) Nie jest metodą kombinatoryczną
- c) Jest możliwe dla stosunkowo niewielkiej liczby elementów
- d) Nie prowadzi do uzyskania jednoznacznego wyniku bez dodatkowych danych

Pytanie 7

Z pewnego zbioru elementów wybieramy raz pewien ciąg elementów, a raz pewien podzbiór, złożony z tych samych elementów. Czym różnią się te wybory?

- a) W ciągu ma znaczenie kolejność wybranych elementów, a w podzbiorze nie ma
- b) Niczym, bo ciąg jest też podzbiorem
- c) W podzbiorze ma znaczenie kolejność wybranych elementów, a w ciągu nie ma
- d) Niczym



Pytanie 8

Zdarzenie polega na posadzeniu 20 studentów „w kółko” (w kręgu). Czy w zdarzeniach takich „ma znaczenie kolejność”?

- a) Nie
- b) Tak

Pytanie 9

Zdarzenie polega na wybraniu 5 studentów z grupy 20. Czy w zdarzeniach takich „ma znaczenie kolejność”?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 10

Wzór $\binom{n+k-1}{k}$ stosujemy, gdy:

- a) Kolejność wylosowanych elementów nie ma znaczenia, i każdy wylosowany element różni się od siebie
- b) Kolejność wylosowanych elementów nie ma znaczenia, i mogą wylosować kilka razy ten sam element
- c) Kolejność wylosowanych elementów nie ma znaczenia, i nie mogą wylosować kilka razy tego samego elementu
- d) Kolejność wylosowanych elementów nie ma znaczenia, i wszystkie wylosowane elementy są takie same



Część 2: ZADANIA

Zadanie 1

W grupie studenckiej A znajduje się 19 dziewczyn, a w grupie B jest ich 15. Na ile sposobów mogą wylosować parę dziewczyn, z których jedna jest z grupy A, a druga z grupy B?

Zadanie 2

Rzucamy monetą i kostką. Ile różnych wyników możemy otrzymać? Wypisz wszystkie wyniki.

Zadanie 3

Rzucamy trzy razy kostką do gry. W przypadku ilu możliwych losowań suma oczek na kostkach daje 16?

Zadanie 4

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy po kolei dwie cyfry...

- a) Bez zwracania
- b) Ze zwracaniem

Ile różnych liczb możemy uzyskać?

Zadanie 5

Ze zbioru $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ losujemy po kolei dwie cyfry...

- a) Bez zwracania
- b) Ze zwracaniem

Ile różnych liczb możemy uzyskać?

Zadanie 6

Ile jest różnych liczb trzycyfrowych nieparzystych?

Zadanie 7

Ile jest różnych liczb czterocyfrowych, w których cyfra tysięcy i jedności jest taka sama?



Zadanie 8

Ile jest liczb pięciocyfrowych, gdzie:

- a) żadna cyfra nie powtarza się
- b) liczby te są większe od 49999 i cyfry nie powtarzają się
- c) cyfra tysięcy i jedności jest parzysta, a cyfra setek i dziesiątek jest taka sama
- d) liczby te są podzielne przez 5

Zadanie 9

Powiedzmy, że rejestracje samochodowe składają się z trzech liter i pięciu cyfr, oraz że pierwsze od lewej są litery, a później cyfry. Ile jest wszystkich możliwych rejestracji samochodowych, zakładając, że alfabet składa się z 24 liter?

Zadanie 10

Losujemy dziewięć ponumerowanych i umieszczamy je w pięciu ponumerowanych szufladach. Ile jest takich możliwych rozmieszczeń?

Zadanie 11

14 książek ustawiamy na 3 regałach. Ile jest możliwych takich rozmieszczeń?

Zadanie 12

6 studentów odpowiada na egzaminie z matematyki. Ile jest możliwości wystawienia im ocen?

Zadanie 13

Z miasta A do miasta B prowadzi pięć dróg. Na ile sposobów mogę przejść z miasta A do miasta B, a później wrócić, jeśli:

- a) Mogę wrócić tą samą drogą, którą przyszedłem
- b) Nie mogę wrócić tą samą drogą, którą przyszedłem

Zadanie 14

Pięć jajek wielkanocnych możemy pomalować na kolory: żółty, niebieski, czerwony i zielony. Na ile sposobów możemy pomalować jajka?

Zadanie 15

Hasło dostępu składa się z 6 cyfr. Ile różnych kombinacji musielibyśmy wpisać, by mieć pewność „złamania hasła”, wiedząc dodatkowo, że dwie ostatnie cyfry są parzyste, a suma pierwszej i drugiej cyfry równa jest 5?

**Zadanie 16**

W grupie eliminacyjnej do mistrzostw świata znalazło się 7 drużyn. Ile meczy zostanie rozegranych w tej grupie (drużyny grają „każda z każdą” i „mecz – rewanż”)?

Zadanie 17

W ekstraklasie gra 16 drużyn. Na ile sposobów mogą być obsadzone trzy pierwsze miejsca w tabeli rozgrywek?

Zadanie 18

Na przystanku czeka 7 kobiet i 6 mężczyzn. Podjeżdża autobus. Na ile sposób czekający mogą wejść do autobusu, zakładając, że wchodzi pojedynczo i Panowie pozwalają Paniom wejść najpierw?

Zadanie 19

Ile jest liczb o różnych cyfrach, większych od 30000 i mniejszych od 50000?

Zadanie 20

Na ile sposobów z klasy liczącej 28 osób możemy wybrać delegację liczącą 4 osoby?

Zadanie 21

Na turniej przyjechało 10 szachistów. Każdy gra z każdym jedną partię. Ile partii zostanie rozegranych w turnieju?

Zadanie 22

Ile przekątnych ma 14-kąt wypukły?

Zadanie 23

Na ile sposobów mogę wylosować 5 kart w pokerze (talía składa się z 52 kart)?

Zadanie 24

Przy grze w brydża z 52 kart losuję 13. Na ile sposobów..

- a) ...w wylosowanych kartach mogę dostać asa kier?
- b) ...w wylosowanych kartach mogę dostać dokładnie jednego asa?
- c) ...w wylosowanych kartach mogę dostać co najmniej jednego asa?
- d) ...w wylosowanych kartach mogę dostać dwa asy, dwa króle, dwie damy, trzy walety i jedną dziesiątkę?
- e) ... mogę dostać karty tego samego koloru?



Zadanie 25

W pudełku z klockami dla dziecka znajduje się 20 różnokolorowych klocków, 15 w kształcie sześcianu i 5 w kształcie kuli. Dziecko wyciąga z pudełka 5 klocków na raz. Na ile sposobów może wylosować taki układ, w którym ma dokładnie dwa klocki w kształcie kuli?

Zadanie 26

Mamy zbiór $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$. Ile trzelementowych podzbiorów posiada ten zbiór?

Zadanie 27

W pewnym klubie piłkarskim w składzie na mecz ligowy znalazło się 5 Polaków, 3 Rosjan, 2 Brazylijczyków i jeden Czech. Piłkarze wychodzą z tunelu na murawę idąc jeden za drugim.

- a) Ile jest wszystkich możliwych kolejności, w jaki mogą się ustawić?
- b) Ile jest możliwych ustawień, w których Czech wchodzi jako pierwszy na murawę?
- c) Ile jest możliwych ustawień, w których Czech wchodzi jako siódmy na murawę?
- d) Ile jest takich możliwych ustawień, w których na murawę wchodzi najpierw Polacy?

Zadanie 28

Na kolokwium z rachunku prawdopodobieństwa przyszło 27 studentów – 16 chłopców i 11 dziewczyn. Wszyscy siadają w ostatnim rzędzie, więc Pan Profesor wybiera 5 z nich i przesadza do pierwszego rzędu.

- a) Na ile sposobów Pan profesor może wybrać 5 osób do przesadzenia do pierwszego rzędu?
- b) Na ile sposobów może wybrać same dziewczyny?
- c) Na ile sposobów może wybrać cztery dziewczyny i jednego chłopaka?
- d) Na ile sposobów może wybrać piątkę składającą się z co najmniej trzech chłopaków?

Zadanie 29

Na półce ustawiamy 10 książek z matematyki, w tym dwie z teorii prawdopodobieństwa. Na ile sposobów możemy to zrobić, jeśli:

- a) Wszystkie książki z tematów innych niż teoria prawdopodobieństwa należy ustawić pomiędzy książkami z teorii prawdopodobieństwa
- b) Książki z teorii prawdopodobieństwa należy ustawić obok siebie



Zadanie 30

Na sali wykładowej w jednym rzędzie jest 11 miejsc. Na ile sposobów może je zająć sześciu studentów, jeśli:

- a) żaden ze studentów nie chce siąść bezpośrednio koło drugiego (studenci są na I roku i się jeszcze wstydzą)
- b) między żadnymi dwoma studentami nie może być wolnego miejsca (studenci są na II roku i już się nie wstydzą)

Zadanie 31

Na płaszczyźnie zaznaczono 7 niewspółliniowych punktów (czyli przez żadne trzy z nich nie można poprowadzić prostej). Ile trójkątów o wierzchołkach w tych punktach można narysować?

Zadanie 32

Do windy w 10 piętrowym budynku wsiada 7 pasażerów. Na ile sposobów mogą oni wysiadać na różnych piętrach (kolejność wychodzenia z windy nie ma znaczenia)?

Zadanie 33

16 chłopców rozdziela pomiędzy siebie pozycje, na jakich będą grać w drużynie piłkarskiej. Jeden będzie bramkarzem, 4 obrońcami, 4 pomocnikami, 2 napastnikami, a 5 rezerwowymi.

- a) Na ile sposobów chłopcy mogą się podzielić?
- b) Na ile sposobów mogą się podzielić, tak, aby ustalona dwójka spośród nich miała te same role (także jako rezerwowi)?

Zadanie 34

24 dziewczyn „rozdziela się” do gry w siatkówkę. Na ile sposobów mogą się podzielić, jeśli:

- a) Dzielą się na dwie równe drużyny
- b) Dzielą się na trzy równe drużyny
- c) Dzielą się na trzy równe drużyny, a dwie ustalone spośród nich (np. Zosia i Agnieszka) mają znaleźć się w różnych drużynach

Zadanie 35

Na ile sposobów można rozdzielić 6 ponumerowanych kul w 3 ponumerowanych szufladach, jeśli w każdej z nich powinny znaleźć się dwie kule?

Zadanie 36

Na ile sposobów można wybrać dwie czteroosobowe zmiany, jeśli mamy do wyboru 10 pracowników?

**Zadanie 37**

Na ile sposobów możemy powiesić na ścianie 8 obrazów tak, aby:

- a) Dwa najtańsze nie sąsiadowały ze sobą (zakładamy, że każdy obraz ma inną cenę)
- b) Trzy najdroższe wisały po kolei, zaczynając od najdroższego i patrząc od lewej

Zadanie 38

Ile jest liczb pięciocyfrowych, w których cyfra tysięcy jest mniejsza od cyfry setek, a cyfra setek jest mniejsza od cyfry dziesiątek?

Zadanie 39

Po płaszczyźnie mogą wykonywać tylko „skoki” o 1 w górę, lub 1 w prawo. Na ile sposobów mogą przejść z punktu (3,3) do punktu (5,7)?

Zadanie 40

Ile różnych liczb mogą otrzymać przestawiając cyfry w liczbie 12422421?

Zadanie 41

Ile różnych wyrazów (sensownych lub nie) mogą otrzymać przez przestawianie liter w wyrazie: ANNA ?

Zadanie 42

Ile różnych wyrazów (sensownych lub nie) mogą otrzymać przez przestawianie liter w wyrazie: ADRIANNA ?

Zadanie 43

Ile jest liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach większych od 4263?

Zadanie 44

Na ile sposobów mogą rozmieścić 7 więźniów w 7 celach, jeśli:

- a) W każdej celi powinien ktoś siedzieć
- b) Co najmniej jedna cela powinna zostać pusta
- c) Dokładnie jedna cela powinna zostać pusta

Zadanie 45

Święty Mikołaj pakuje prezenty dla grzecznych i niegrzecznych studentów. Ma do zapakowania 7 identycznych lalek i 5 misiów, które różnią się kształtem ucha. Na saniach czekają już cztery różnokolorowe pudła. Na ile sposobów Święty Mikołaj może zapakować prezenty do pudełek (niektóre pudełka mogą być też puste – dla niegrzecznych studentów)?



Zadanie 46

Na ile sposobów 12 szachistów może grać jednocześnie 6 partii?

KONIEC