



KURS PRAWDOPODOBIENSTWO

Lekcja 4

Prawdopodobieństwo całkowite
i twierdzenie Bayesa.

Drzewko stochastyczne. Schemat
Bernoulliego.

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jakie warunki nie muszą spełniać hipotezy, aby można było zastosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite lub Bayesa?

- a) Muszą być rozłączne
- b) Ich suma musi być równa całej przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω
- c) Ich prawdopodobieństwa muszą być równe sobie
- d) Ich prawdopodobieństwa muszą sumować się do 1

Pytanie 2

Kiedy stosujemy wzór na prawdopodobieństwo całkowite?

- a) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia jakiejś hipotezy pod warunkiem zajścia zdarzenia A
- b) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia wszystkich hipotez
- c) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia jakiegoś zdarzenia pod warunkiem zajścia innych zdarzeń („hipotez”)
- d) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia wszystkich zdarzeń składających się na przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω

Pytanie 3

Kiedy stosujemy wzór Bayesa?

- a) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia wszystkich zdarzeń składających się na przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω
- b) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia jakiejś hipotezy pod warunkiem zajścia zdarzenia A
- c) Gdy liczymy prawdopodobieństwo zajścia jakiejś hipotezy bez danych warunków
- d) Gdy liczymy prawdopodobieństwo tego, że hipoteza zaszła po zajściu zdarzenia A w czasie



Pytanie 4

Wzór Bayesa możemy wykorzystać również do...

- a) Schematu Bernoulliego
- b) „Odwrócenia kolejności” w prawdopodobieństwie warunkowym, tzn. policzenia $P(B|A)$, zamiast $P(A|B)$ - mając odpowiednie dane
- c) Schematu Poissona dla dużych n i małych p
- d) Przekształcenia prawdopodobieństwa warunkowego w niezależne

Pytanie 5

Prawdą jest, że...

- a) Każde zadanie na prawdopodobieństwo całkowite należy opisać przy pomocy tzw. „drzewka stochastycznego”
- b) Każde zadanie na prawdopodobieństwo całkowite lub wzór Bayesa należy opisać przy pomocy tzw. „drzewka stochastycznego”
- c) Każde zadanie na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa lub schemat Bernoulliego należy opisać przy pomocy tzw. „drzewka stochastycznego”
- d) Każde zadanie na prawdopodobieństwo całkowite można opisać przy pomocy tzw. „drzewka stochastycznego”

Pytanie 6

Prawdą jest, że...

- a) Wzór Bayesa wykorzystuje się we wzorze na prawdopodobieństwo całkowite
- b) Wzór na prawdopodobieństwo całkowite wykorzystuje się we wzorze Bayesa
- c) Wzór Bayesa wykorzystuje się w schemacie Bernoulliego
- d) Schemat Bernoulliego wykorzystuje się we wzorze na prawdopodobieństwo całkowite

Pytanie 7

Jakie warunek musi spełniać koniecznie doświadczenie, aby można było zastosować w nim schemat Bernoulliego?

- a) Składać się z serii zdarzeń, których prawdopodobieństwa sumują się do jeden
- b) Składać się z serii identycznych zdarzeń
- c) Składać się z co najmniej trzech zdarzeń
- d) Składać się z nie określonej z góry liczby zdarzeń



Pytanie 8

Słowo „sukces” w schemacie Bernoulliego oznacza...

- a) Pozytywny wynik zdarzenia w pojedynczej próbie
- b) Osiągnięcie określonej z góry liczby wyników doświadczeń w n pojedynczych próbach
- c) Jakikolwiek określony na początku wynik zdarzenia w pojedynczej próbie
- d) Zmienną k

Pytanie 9

Czy wzór: $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ jest wzorem na prawdopodobieństwo w schemacie Bernoulliego?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 10

Adam i Maciek rzucają 20 razy monetą do gry. Za pierwszym razem rzuca Maciek. Jeśli w poprzednim rzucie na monecie wypadł orzeł, następny rzut wykonuje Maciek, a jeśli reszka, następny rzut wykonuje Adam. Rzuty Adama i Maćka różnią się od siebie – Adamowi wychodzą trochę częściej orły, a Maciek rzuca bardziej „po równo”. Czy do obliczenia prawdopodobieństwa tego, że w tych 20 rzutach wypadnie tyle samo orłów co reszek można użyć schematu Bernoulliego?

- a) Tak
- b) Nie



Część 2: ZADANIA

Zadanie 1

W pewnej grupie studenckiej na Politechnice jest 5 razy więcej chłopaków niż dziewczyn. Prawdopodobieństwo zaliczenia egzaminu przez dziewczynę wynosi 0,6, a prawdopodobieństwo zaliczenia egzaminu przez chłopaka wynosi 0,5. Oblicz prawdopodobieństwo zaliczenia egzaminu przez losowo wybraną osobę z grupy.

Zadanie 2

Stosunek liczby maków do innych kwiatów na łące wynosi 4:3. Prawdopodobieństwo tego, że pszczoła zapyli losowo wybrany kwiat na łące wynosi 0,2 – jeśli będzie to mak i 0,1 – jeśli będzie to inny kwiat. Pszczoła faktycznie zapyliła kwiatek – jakie jest prawdopodobieństwo, że był to mak?

Zadanie 3

Student opanował 60% materiału (zna odpowiedź na 60% pytań). Jakie jest prawdopodobieństwo, że zdobędzie dokładnie wymagane 50% punktów do zaliczenia na teście składającym się z 10 pytań (za każde 1 punkt)?

Zadanie 4

Fabryka produkuje dwa rodzaje komputerów – dla zwykłych użytkowników domowych i dla profesjonalistów. Komputery dla profesjonalistów stanowią 5% całej produkcji. Wśród komputerów dla użytkowników domowych 99% jest wyposażonych w system operacyjny Windows, a wśród komputerów dla profesjonalistów 40% jest wyposażonych w system operacyjny inny niż Windows. Fabrykę opuszcza losowo wybrany komputer wyposażony w system operacyjny inny niż Windows. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest on przeznaczony dla zwykłego użytkownika domowego?

Zadanie 5

Jeden na pięciu mężczyzn nie lubi piłki nożnej i pięć na siedem kobiet nie lubi piłki nożnej. Z grupy, w której jest tyle samo kobiet, co mężczyzn wylosowano osobę, która nie lubi piłki nożnej. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to kobieta?

Zadanie 6

Do celu może strzelać dwóch strzelców. Prawdopodobieństwo trafienia do celu przez pierwszego strzelca wynosi 0,6; a przez drugiego strzelca wynosi 0,4. O tym, który strzelec strzela decyduje rzut monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo trafienia do celu?



Zadanie 7

Fabryka produkuje trzy rodzaje towarów, w partiach, w których ilość każdego towaru jest taka sama. Odsetek wadliwych towarów pierwszego rodzaju to 1%, odsetek wadliwych towarów drugiego rodzaju to 2%, a wśród towarów trzeciego rodzaju nie ma towarów wadliwych. W partii złożonej z tych trzech towarów wybrano losowo jedną sztukę do kontroli. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest ona wadliwa.

Zadanie 8

Prawdopodobieństwo wylosowania wadliwego towaru w kontroli wynosi 0,1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w 5 wylosowanych sztukach jest co najwyżej jedna wadliwa?

Zadanie 9

Na osiedlu wszystkie mieszkania należą do jednej z trzech spółdzielni mieszkaniowych: „Dąb”, „Sosna” lub „Stocznowiec”. 50% mieszkań należy do spółdzielni „Dąb”, a 20% do spółdzielni „Sosna”. W spółdzielni „Dąb” 25% mieszkań wymaga remontu, w spółdzielni „Sosna” odsetek ten wynosi 15%, a w spółdzielni „Stocznowiec” – 20%.

- a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrane mieszkanie na osiedlu wymaga remontu?
- b) Losowo wybrane mieszkanie na tym osiedlu nie wymaga remontu. Z jakiej spółdzielni najprawdopodobniej ono pochodzi?

Zadanie 10

40% kibiców siatkówki to mężczyźni. Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej 6-osobowej grupie kibiców jest co najmniej jeden mężczyzna.

Zadanie 11

W urnie I znajduje się 7 kul białych i 4 czarne, w urnie II 3 kule białe i 7 czarnych, a w urnie III 2 kule białe i 3 czarne. Z urny I i urny II losujemy po jednej kuli i wrzucamy je do urny III. Potem losujemy kulę z urny III. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z urny III?

Zadanie 12

Przeprowadzono doświadczenie polegające na rzucie 10 razy dwiema kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że w trzech rzutach suma oczek na kostkach wypadła 7.



Zadanie 13

Prawdopodobieństwo trafienia do tarczy co najmniej raz w czterech niezależnych i jednakowych próbach wynosi 0,5904. Oblicz prawdopodobieństwo trafienia do celu w pojedynczej próbie.

Zadanie 14

Nadajemy latarką alfabetem Morsa tylko dwa rodzaje sygnałów: kropki '•' i kreski '-'.

Nadajemy komunikat składający się średnio z 74% sygnałów • i 26% sygnałów -. Ze względu na bardzo złe warunki atmosferyczne odbiorca naszych sygnałów $\frac{1}{10}$ sygnałów • odbiera jako

-, a $\frac{1}{9}$ sygnałów – odbiera jako •.

- a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany znak z komunikatu zostanie odebrany jako •?
- b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany znak z komunikatu zostanie odebrany jako -?
- c) Odbiorca odebrał sygnał •. Jaką ma szansę, że ten sygnał rzeczywiście nadaliśmy?

KONIEC