



KURS PRAWDOPODOBIENSTWO

Lekcja 5
Zmienne losowe dyskretne („skokowe”)

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Co to jest zmienna losowa z matematycznego punktu widzenia?

- a) Zbiór zdarzeń losowych wraz z przyporządkowanymi im prawdopodobieństwami
- b) Zbiór liczb rzeczywistych
- c) Liczba
- d) Funkcja

Pytanie 2

Jakie warunki muszą spełniać liczby będące wartościami zmiennej losowej?

- a) Trzy aksjomaty prawdopodobieństwa
- b) Być przeliczalne
- c) Żadnych
- d) Należać do pewnego przedziału liczbowego

Pytanie 3

Zdarzenie polega na wylosowaniu ze zbioru Polaków mężczyzny i zmierzeniu jego wzrostu.

Zmienną losową określamy następująco: jeśli wzrost mężczyzny nie przekroczy 174cm

przyporządkowujemy mu wartość 0, jeśli będzie równy 174cm lub więcej

przyporządkowujemy mu wartość 1. Czy tak określona zmienna losowa jest zmienną losową dyskretną?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 4

Doświadczenie polega na rzucie kostką. Wartości zmiennej losowej określamy następująco: jeśli na kostce wypadną liczby oczka od 1-5 przyporządkowujemy im te liczby, a jeśli na kostce wypadnie 6 oczek - przyporządkowujemy temu zdarzeniu liczbę 1. Jak wyglądać będzie tabela funkcji rozkładu tej zmiennej losowej?

a)

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

b)

x_i	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

c)

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$

d)

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0

Pytanie 5

Dystrybucja zmiennej losowej jest zawsze...

- a) Liczbą
- b) Kilkoma liczbami
- c) Funkcją
- d) Rozkładem zmiennej losowej



Pytanie 6

Jeśli $F(X)$ jest dystrybuantą zmiennej losowej X , wtedy $P(X < 1)$ jest równe...

- a) $F(1)$
- b) $F(1) - F(0)$
- c) $F(0)$
- d) $F(1^+)$

Pytanie 7

Nieprawdą jest, że...

- a) Mając daną dystrybuantę, możemy wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa
- b) Mając dany rozkład prawdopodobieństwa, możemy wyznaczyć dystrybuantę
- c) Mając daną wartość oczekiwaną zmiennej losowej, możemy wyznaczyć jej rozkład
- d) Mając dany rozkład prawdopodobieństwa, możemy wyznaczyć dystrybuantę i odwrotnie

Pytanie 8

Mediana to...

- a) Średnia w zmiennej losowej
- b) Punkt równego podziału rozkładu
- c) Kwantyl rzędu 0,5
- d) Wartość zmiennej losowej przyjmowana z największym prawdopodobieństwem

Pytanie 9

Który z rozkładów jest przykładem rozkładu dyskretnej zmiennej losowej?

- a) Normalny
- b) Jednostajny
- c) Poissona
- d) Gaussa



Pytanie 10

Kiedy rozkład Bernoulliego możemy zastąpić rozkładem Poissona?

- a) Zawsze
- b) Dla dużej liczby zdarzeń n i małych prawdopodobieństw sukcesu p w pojedynczej próbie
- c) Nigdy
- d) Dla liczby zdarzeń mniejszych niż $n = 20$

Część 2: ZADANIA

Zadanie 1

Zmienna losowa X ma rozkład jak w tabelce:

x_i	-4	-3	-1	0	1	2	20
p_i	0,2	0,2	0,3	a	0,1	0,1	0,05

Wyznacz:

- Stałą a
- Dystrybuantę
- $P(-3 \leq X \leq 1)$, $P(-3 < X \leq 1)$, $P(-3 \leq X < 10)$, $P(X \leq 1)$, $P(|X| \leq 1)$, $P(X > 0)$
- Miary średnie: wartość oczekiwaną, medianę, dominantę, kwantyle rzędu 0,25; 0,75 i 0,9
- Miary rozproszenia: wariancję, odchylenie standardowe, współczynnik asymetrii, współczynnik koncentracji

Zadanie 2

Zmienna losowa X ma dystrybuantę określoną wzorem:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 1 \\ \frac{1}{9} & \text{dla } x \in (1, 3) \\ \frac{3}{9} & \text{dla } x \in (3, 5) \\ \frac{6}{9} & \text{dla } x \in (5, 7) \\ 1 & \text{dla } x > 7 \end{cases}$$

Wyznacz jej:

- Rozkład
- $P(1 < X < 4)$, $P(X \leq 3)$, $P(|X| > 1)$, $P(X + 2 \leq 3)$
- Miary średnie: wartość oczekiwaną, medianę, dominantę, kwantyle rzędu 0,1; 0,4 i 0,7

- d) Miary rozproszenia: wariancję, odchylenie standardowe, współczynnik asymetrii, współczynnik koncentracji

Zadanie 3

Zmienna losowa ma rozkład:

x_i	-1	1	2	6	x
p_i	0,2	0,2	0,3	p	0,1

Wiadomo ponadto, że $EX = 2,8$. Oblicz odchylenie standardowe tej zmiennej losowej.

Zadanie 4

Zmienna losowa może przyjmować tylko trzy wartości: -2, 0 i 4. Wyznacz rozkład tej zmiennej losowej, jeśli jej $EX = 1,8$ oraz $EX^2 = 8,4$.

Zadanie 5

Przejazd kolejowy jest obsługiwany przez 5 działających niezależnie semaforów. Prawdopodobieństwo, że każdy z nich z osobna pozwoli na przejazd pociągowi wynosi 0,8. Znajdź rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej oznaczającej liczbę semaforów zezwalających na przejazd; jej dystrybuantę; prawdopodobieństwo, że co najwyżej 3 semafory zezwalają na przejazd; wartość oczekiwaną, medianę i dominantę tej zmiennej losowej; wariancję, odchylenie standardowe, współczynnik asymetrii i współczynnik koncentracji tej zmiennej losowej.

Zadanie 6

Przeszkodę na poligonie pokonuje niezależnie, jeden po drugim, 200 żołnierzy. Prawdopodobieństwo pokonania przeszkody bez dotknięcia ziemi przez każdego żołnierza z osobna wynosi 0,05. Jaka jest wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej o wartościach równych liczbie żołnierzy, która pokonała przeszkodę bez dotknięcia ziemi?

Zadanie 7

Zmienna losowa o rozkładzie Bernoulliego ma parametry $EX = 4,5$ i $D^2(X) = 2,475$. Z ilu prób składa się doświadczenie, które opisuje ta zmienna losowa i jakie jest prawdopodobieństwo sukcesu w pojedynczym doświadczeniu?



Zadanie 8

Prawdopodobieństwo tego, że mrówka zgubie się i nie wróci do mrowiska wynosi 0,0002. Na wyprawę z mrowiska wyruszyło 10000 mrówek, niezależnie i w różnych kierunkach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:

- a) Z wyprawy wrócą wszystkie mrówki (żadna z nich nie zabłądzi)
- b) Z wyprawy wróci 9999 mrówek
- c) Z wyprawy wróci co najmniej 9997 mrówek

Zadanie 9

W fabryce pracuje 87 pracowników. Prawdopodobieństwo, że każdy z nich z osobna zachoruje i nie przyjdzie do pracy wynosi 0,01. Jakie jest prawdopodobieństwo, że następnego dnia zachoruje i nie przyjdzie do pracy co najmniej trzech pracowników?

Zadanie 10

Maszyna A nadaje sygnał składający się z 1000000 znaków, nadawanych niezależnie. Prawdopodobieństwo prawidłowego odebrania sygnału przez maszynę B wynosi 0,99997. Jakie jest prawdopodobieństwo, że maszyna B odebrała sygnał, w którym 10 znaków odczytała fałszywie?

KONIEC