



KURS

RELACJE i FUNKCJE

Lekcja 10
Funkcje odwrotne

ZADANIE DOMOWE

Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Które zdanie jest zawsze prawdziwe?

- a) Dziedziną funkcji odwrotnej f^{-1} jest dziedzina funkcji f
- b) Dziedziną funkcji odwrotnej f^{-1} jest przeciwdziedzina funkcji f
- c) Przeciwdziedziną funkcji odwrotnej f^{-1} jest przeciwdziedzina funkcji f
- d) Żadne z powyższych

Pytanie 2

Aby funkcja $f^{-1} : Y \rightarrow X$ była funkcją odwrotną do $f : X \rightarrow Y$ wystarczy, żeby spełniała warunek:

- a) $f^{-1}(f(x)) = x$, dla $x \in X$
- b) $f(f^{-1}(x)) = x$, dla $x \in X$
- c) $f(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$, dla $x \in X$
- d) $f(f^{-1}(x)) = x \wedge f(f^{-1}(y)) = y$, dla $x \in X, y \in Y$

Pytanie 3

Kiedy funkcja f ma na pewno funkcję odwrotną?

- a) Kiedy jest typu „na”
- b) Kiedy jest wzajemnie jednoznaczna
- c) Kiedy jest różnowartościowa
- d) Kiedy jest typu „na”, albo różnowartościowa

Pytanie 4

Jaka funkcja jest odwrotna do $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$?

- a) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x, f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- b) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}, f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- c) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x^3, f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- d) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^3}, f^{-1} : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

Pytanie 5

Jaki jest wzór na funkcję odwrotną do $y = 2^x$?

- a) $y = \frac{1}{2^x}$
- b) $y = \log_2 x$
- c) $y = x^2$
- d) $y = e^2$

Pytanie 6

Które zdanie jest prawdziwe?

- a) Możemy wyznaczyć obcięcie funkcji do zbioru nie zawierającego się w jej dziedzinie
- b) Tylko jedno z możliwych obcięć funkcji do zbioru ma funkcję odwrotną
- c) Obcięcie funkcji do dowolnego zbioru ma zawsze funkcję odwrotną
- d) Obcięcie funkcji do jakiegoś zbioru może nie mieć funkcji odwrotnej



Pytanie 7

Które zdanie jest zawsze prawdziwe?

- a) Przeciwobraz zbioru nie może być zbiorem pustym
- b) Obraz zbioru względem funkcji zawiera się w jej dziedzinie
- c) Przeciwobraz zbioru względem funkcji zawiera się w jej dziedzinie
- d) Obraz zbioru może być zbiorem pustym

Pytanie 8

Mamy daną funkcję $f(x) = |x|$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Ile wynosi $f^{-1}(\langle -17, 1 \rangle)$?

- a) $\langle 0, 1 \rangle$
- b) $\langle 0, 17 \rangle$
- c) $\langle -1, 1 \rangle$
- d) $\langle -17, 17 \rangle$

Pytanie 9

Mamy daną funkcję $f(x) = \sqrt{x}$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Ile wynosi $f(\langle 1, 9 \rangle)$?

- a) $\langle 1, 3 \rangle$
- b) $\langle 1, 81 \rangle$
- c) $\langle -3, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$
- d) $\langle 1, 9 \rangle$

Pytanie 10

Jakiej funkcji równe jest zawsze złożenie $f \circ f^{-1}$, jeśli $f: X \rightarrow Y$?

- a) 1_X
- b) 1_Z
- c) f
- d) 1_Y



Część 2: ZADANIA

Zad.1

Niech $f(n) = 4n$, $f : N \rightarrow N$. Czy funkcja jest odwracalna? Jeśli tak, wyznacz jej funkcję odwrotną. Wyznacz $f(\{1, 2, 3\})$, $f^{-1}(\{24, 28, 32, 36\})$.

Zad.2

Dane jest funkcja: $g(x) = x - 1$, $g : \langle 1, \infty \rangle \rightarrow \langle 0, \infty \rangle$. Czy funkcja ta jest odwracalna? Jeśli tak, wyznacz jej funkcję odwrotną. Znajdź $g(\langle 2, 5 \rangle)$, $g^{-1}(\langle 2, 5 \rangle)$.

Zad. 3

Niech: $f(x) = x^2 - 1$, $f : \langle 0, \infty \rangle \rightarrow \langle -1, \infty \rangle$. Wyznacz do niej funkcję odwrotną. Znajdź $f(\langle 0, 1 \rangle)$, $f^{-1}(\langle -9, 0 \rangle)$.

Zad. 4

Niech: $f(x) = \sin x + 1$, $f : \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle \rightarrow \langle 0, 2 \rangle$. Wyznacz do niej funkcję odwrotną.

Zad. 5

Dana jest funkcja $\varphi((n, m)) = nm$, $\varphi : N \times N \rightarrow N$. Czy jest to funkcja typu „na”? Znajdź $\varphi(\{(1, 7), (2, 7), (3, 5)\})$, $\varphi^{-1}(\{1, 2, 3\})$.

Zad. 6

Niech: $\varphi((n, m)) = n + m + 1$, $\varphi : N \times N \rightarrow N$. Czy jest to funkcja odwracalna? Jeśli tak, wyznacz do niej funkcję odwrotną. Znajdź $\varphi((N \times \{1\}))$, $\varphi^{-1}(\{0\})$.

Zad. 7

Niech: $F((x, y)) = (x + y, x - y)$, $F : R^2 \rightarrow R^2$. Czy jest to funkcja odwracalna? Jeśli tak, wyznacz do niej funkcję odwrotną. Znajdź obraz prostej $y = x + 1$ względem funkcji F .



Zad. 8

Niech: $F((x, y)) = x^2 + y^2$, $F : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$. Czy jest to funkcja odwracalna? Jeśli tak, wyznacz do niej funkcję odwrotną. Znajdź $F(\{0\})$, $F^{-1}(\{24\})$.

Zad. 9

Niech: $F((x, y)) = \sqrt{|x^2 - y^2|}$, $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$. Czy jest to funkcja odwracalna? Jeśli tak, wyznacz do niej funkcję odwrotną. Znajdź $F(\{(N \times \{0\})\})$, $F^{-1}(\{0\})$.

Zad. 10

To zadanie zrób tylko, jeżeli umiesz liczby zespolone.

Niech: $f(x + iy) = x - iy$, $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$. Czy jest to funkcja odwracalna? Jeśli tak, wyznacz do niej funkcję odwrotną. Znajdź $f(\mathbb{R})$.

Zad. 11

Niech: $f(x) = 2^x$, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Znajdź $f(\mathbb{R})$, $f^{-1}(\langle 0, 1 \rangle)$, $f(\langle 0, 1 \rangle)$, $f^{-1}(\langle 2, 3 \rangle)$, $f^{-1}(\{4\})$.

KONIEC