



KURS RELACJE i FUNKCJE

Lekcja 3 Własności relacji

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jakich relacji dotyczą własności: zwrotności, przeciwzwrotności, symetryczności itd. ?

- a) Będącymi podzbiorami dowolnych iloczynów kartezjańskich $X \times Y$
- b) Dowolnych relacji
- c) Relacji spójnych
- d) Będącymi podzbiorami iloczynów kartezjańskich $X \times X$

Pytanie 2

Weźmy zbiór $X = \{ \text{stół, krzesło, szafa, drzwi} \}$ i relację w nim: $R = \{ (\text{stół, drzwi}), (\text{szafa, krzesło}), (\text{krzesło, szafa}), (\text{stół, stół}), (\text{krzesło, krzesło}), (\text{szafa, szafa}) \}$. Czy ta relacja jest zwrotna?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 3

Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

- a) Relacja ma zawsze co najmniej jedną z 7 podstawowych własności.
- b) Każda relacja jest albo zwrotna, albo przeciwzwrotna.
- c) Relacja może nie być ani zwrotna, ani przeciwzwrotna.
- d) Relacja może być jednocześnie zwrotna i przeciwzwrotna.

Pytanie 4

Czy relacja $R = \{ (1,1), (2,2) \}$ w liczbach naturalnych jest symetryczna?

- a) Tak
- b) Nie, bo pary $(1,10)$ i $(10,1)$ nie należą do relacji
- c) Nie, bo para $(1,1)$ należy do relacji, ale para $(1,2)$ nie należy

Pytanie 5

Jaki jest warunek antysymetryczności relacji R w zbiorze X ?

- a) $\forall_{x,y \in X} (x,y) \in R \wedge (y,x) \in R \Rightarrow x = y$
- b) $\forall_{x,y \in X} (x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R$
- c) $\forall_{x,y \in X} (x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \notin R$
- d) Musi nie być symetryczna

Pytanie 6

Czy relacja może być jednocześnie symetryczna i przeciwsymetryczna?

- a) Tak, jeżeli jest relacją pustą.
- b) Nie.

Pytanie 7

Jaki jest warunek przechodniości relacji R w zbiorze X ?

- a) $\forall_{x,y,z \in X} (x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \Rightarrow (y,x) \in R$
- b) $\forall_{x,y,z \in X} (x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$
- c) $\forall_{x,y,z \in X} (x,x) \in R \wedge (y,y) \in R \Rightarrow (z,z) \in R$
- d) $\forall_{x,y,z \in X} (x,y) \in R \wedge (z,y) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$

Pytanie 8

Kiedy relacja w X jest spójna?

- a) Kiedy każdy element x należący do X jest w relacji z każdym elementem y należącym do X , w relacji (x,y) , albo (y,x) .
- b) Kiedy każdy element x należący do X jest w relacji z pewnym elementem y należącym do X , w relacji (x,y) , albo (y,x) .
- c) Kiedy każdy element x należący do X jest w relacji z pewnym różnym od niego elementem y należącym do X , w relacji (x,y) , albo (y,x) .
- d) Kiedy każdy element x należący do X jest w relacji z każdym różnym od niego elementem y należącym do X , w relacji (x,y) , albo (y,x) .



Pytanie 9

Jaką własność posiada relacja $R \subseteq \mathbb{R}^2 : (x, y) \in R \Leftrightarrow x < y$?

- a) Jest przeciwsymetryczna.
- b) Jest zwrotna.
- c) Jest symetryczna.
- d) Żadną z powyższych.

Pytanie 10

„Relacja uniwersalna” w X to relacja, która...

- a) Ma wszystkie 7 podstawowych własności.
- b) Jest zwrotna, symetryczna i przechodnia.
- c) Równa jest zbiorowi X^2 .
- d) Równa jest zbiorowi X .

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Sprawdź własności poniższych relacji:

- a) $R \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{a, b, c, d\}, R = \{(a, b), (b, a), (c, a), (a, c), (c, d), (a, d)\}$
- b) $R \subseteq \{0, 1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2, 3\}, R = \{(0, 1), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (0, 0), (1, 1)\}$
- c) $R \subseteq \mathbb{R}^2 : (x, y) \in R \Leftrightarrow x > y$
- d) $R \subseteq \mathbb{R}^2 : (x, y) \in R \Leftrightarrow x \leq y$
- e) $R \subseteq \mathbb{Z}^2 : (a, b) \in R \Leftrightarrow ab = 0$
- f) $R \subseteq \mathbb{R}^2 : (x, y) \in R \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$
- g) $R \subseteq \mathbb{N}^2, (a, b) \in R \Leftrightarrow \max\{a, b\} = 5$
- h) $R \subseteq \mathbb{Z}^2, (m, n) \in R \Leftrightarrow m^2 - n^2 \equiv 0 \pmod{6}$
- i) $R \subseteq \mathbb{N}^2, mRn \Leftrightarrow 2 \mid m + n$
- j) $R \subseteq \mathbb{Z}^2, (a, b) \in R \Leftrightarrow (a = 1 \wedge b = 1)$
- k) $R \subseteq \mathbb{R}^2 : (x, y) \in R \Leftrightarrow x^3 = y^3$
- l) $R \subseteq \mathbb{Z}^2, (m, n) \in R \Leftrightarrow |m| + |n| \neq 4$
- m) $R \subseteq \mathbb{C}^2, (z_1, z_2) \in R \Leftrightarrow \operatorname{Re} z_1 = \operatorname{Im} z_2$
- n) $R \subseteq \mathbb{Q}^2 : (x, y) \in R \Leftrightarrow y = x + 2$
- o) $R \subseteq \mathbb{N}^2, mRn \Leftrightarrow mn = 4$
- p) X – zbiór wszystkich prostych na płaszczyźnie, $R \subseteq X^2, (a, b) \in R \Leftrightarrow a \perp b$
- q) X – zbiór słów z pewnego alfabetu, $R \subseteq \mathbb{N}^2, \omega_1 R \omega_2 \Leftrightarrow$ słowo ω_1 ma przynajmniej jedną literę wspólną z ω_2 .

Zad. 2

Podaj przykład relacji, która jest:

- a) Antysymetryczna, ale nie jest przeciwsymetryczna.
- b) Przechodnia, symetryczna, ale nie zwrotna.

KONIEC