



KURS

RELACJE i FUNKCJE

Lekcja 4

Relacja równoważności. Klasy abstrakcji.

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jakie własności muszą posiadać relacje równoważności ?

- a) Muszą być symetryczne i przechodnie.
- b) Muszą być zwrotne, symetryczne lub antysymetryczne i przechodnie.
- c) Muszą być zwrotne, albo symetryczne, albo przechodnie.
- d) Muszą być zwrotne, symetryczne i przechodnie.

Pytanie 2

Czy relacje równoważności mogą nie być spójne?

- a) Nie
- b) Tak

Pytanie 3

„Elementy równoważne” to elementy, które zawsze...

- a) Są równe sobie.
- b) Są ze sobą w relacji równoważności.
- c) Można używać wymiennie w formułach matematycznych.
- d) Odjęte od siebie dają zero.

Pytanie 4

Weźmy pod uwagę zbiór studentów na Twoim roku. Dwaj studenci należą do relacji, jeśli mają już wyrobione prawa jazdy. Czy to jest relacja równoważności?

- a) Nie, bo nie jest to relacja zwrotna (zakładając, że nie wszyscy studenci na Twoim roku mają wyrobione prawo jazdy).
- b) Nie, bo nie jest to relacja symetryczna.
- c) Nie, bo nie jest to relacja przechodnia.
- d) Tak.

Pytanie 5

Weźmy pod uwagę zbiór $X = \{x \in \mathbb{Z} : |x| \leq 5\}$. Który z poniższych zbiorów jest podziałem zbioru X ?

- a) $\{\{-5\}, \{-3\}, \{-4, -2\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, \{-1\}\}$
- b) $\{\{2, 4\}, \{-2, 0\}, \{-4\}, \{-5, -3\}, \{-1, 1\}, \{3\}\}$
- c) $\{\{-5, -4\}, \{-4, -3\}, \{-3, -2\}, \{-2, -1\}, \{-1, 0\}, \{0, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$
- d) $\{\{0, 1\}, \{2, -4\}, \{-5, -3, -1, 1\}, \{-2, 3, 5\}\}$

Pytanie 6

Czym jest klasa abstrakcji dla relacji równoważności R i reprezentanta x ?

- a) Zbiorem elementów, które są w jakiegokolwiek relacji równoważności z elementem x .
- b) Jakimkolwiek elementem, który jest w relacji R z reprezentantem x .
- c) Podziałem zbioru, w którym określona jest relacja R .
- d) Zbiorem elementów, które są w relacji R z elementem x .

Pytanie 7

Czy klasy abstrakcji można wyznaczyć dla dowolnej relacji?

- a) Tak.
- b) Nie, tylko dla relacji równoważności.

Pytanie 8

Które twierdzenie jest prawdziwe?

- a) Tylko zbiór wszystkich podzbiorów zbioru X jest zbiorem klas abstrakcji dla jakiejś relacji równoważności w X .
- b) Dowolny zbiór wszystkich podzbiorów zbioru X jest zbiorem klas abstrakcji dla jakiejś relacji równoważności w X .
- c) Relacja równoważności w X wyznacza podział zbioru X .
- d) Relacja równoważności w X wyznacza zbiór wszystkich podzbiorów zbioru X .



Pytanie 9

Weźmy pod uwagę płaszczyznę kartezjańską R^2 , oraz zbiór wszystkich prostych, nachylonych pod kątem 45 stopni do osi OX. Co można powiedzieć o tym zbiorze?

- a) Nie jest zbiorem klas abstrakcji, ponieważ proste te nie są rozłączne.
- b) Nie jest zbiorem klas abstrakcji, ponieważ proste te nie „pokrywają” całej płaszczyzny R^2 .
- c) Jest zbiorem wszystkich klas abstrakcji pewnej relacji równoważności określonej w tej płaszczyźnie.
- d) Jest zbiorem niekoniecznie wszystkich klas abstrakcji pewnej relacji równoważności określonej w tej płaszczyźnie.

Pytanie 10

Klasy abstrakcji to...

- a) Funkcje.
- b) Zbiory.
- c) Relacje.
- d) Zbiory wszystkich zbiorów.

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Sprawdź, czy poniższa relacja jest relacją równoważności, a jeśli tak, to wyznacz jej klasy abstrakcji. Zakładam, że zero NIE jest liczbą naturalną.

- a) $R \subseteq N^2, (x, y) \in R \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{4}$
- b) $R \subseteq C^2, (z_1, z_2) \in R \Leftrightarrow \operatorname{Im} z_1 = \operatorname{Im} z_2$
- c) $\rho \subseteq R^2, (x, y) \in \rho \Leftrightarrow x - y = 1$
- d) $R \subseteq (\text{nieparzyste naturalne})^2: (a, b) \in R \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{3}$
- e) $R \subseteq Z^2: (a, b) \in R \Leftrightarrow a^2 < b^2$
- f) $R \subseteq \{0, 1, 2\}^2: (x, y) \in R \Leftrightarrow x^2 + y^2 \neq 1$
- g) $R \subseteq \{1, 2, 3, 4, \dots, 16\}^2: xRy \Leftrightarrow x^2 \equiv y^2 \pmod{4}$
- h) $R \subseteq N^2: n_1 R n_2 \Leftrightarrow (n_1 \in 2N \wedge n_2 \in 2N \wedge n_1 \equiv n_2 \pmod{3}) \vee (n_1 \notin 2N \wedge n_2 \notin 2N \wedge n_1 \equiv n_2 \pmod{5})$

KONIEC