



KURS

RELACJE i FUNKCJE

Lekcja 6
Inne relacje porządkujące

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Jakie własności musi posiadać relacja quasi – porządku?

- a) Musi być przeciwzwrotna i przechodnia.
- b) Musi być zwrotna i przechodnia.
- c) Musi być zwrotna, przeciwsymetryczna i przechodnia.
- d) Musi być zwrotna, antysymetryczna, przechodnia i spójna.

Pytanie 2

Który z poniższych zbiorów jest uporządkowany relacją quasi-porządku?

- a) Zbiór pewnych zbiorów z relacją zawierania „ $\subseteq$ ” zbiorów.
- b) Zbiór liczb naturalnych z relacją podzielności „ $|$ ”.
- c) Zbiór liczb rzeczywistych z relacją zwykłego porównywania liczb „ $\leq$ ” mniejsza lub równa/większa lub równa.
- d) Zbiór liczb rzeczywistych z relacją zwykłego porównywania liczb „ $<$ ” mniejsza/większa.

Pytanie 3

Jaką relacją jest relacja liniowego porządku?

- a) Relacją quasi-porządku.
- b) Relacją częściowego porządku.
- c) Relacją równoważności.
- d) Nie musi być żadną z powyższych.

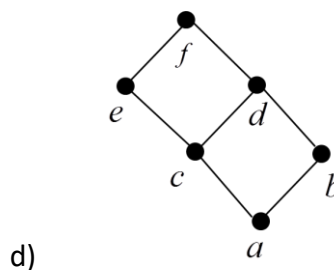
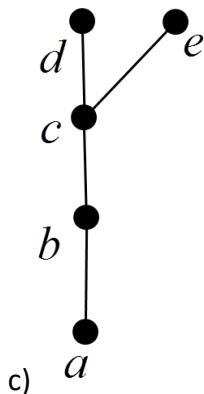
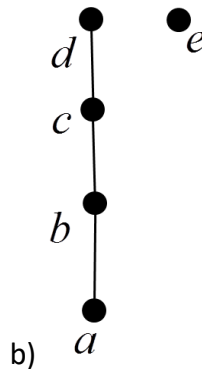
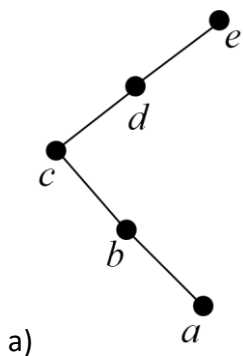
Pytanie 4

Które zdanie jest prawdziwe?

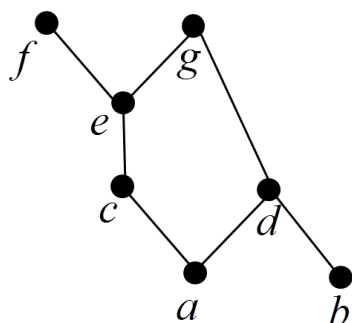
- a) W zbiorze liniowo uporządkowanym relacją „R” każdy element jest w relacji „R” z dowolnym elementem.
- b) W zbiorze liniowo uporządkowanym relacją „R” każdy element jest w relacji „R” z dowolnym elementem, z wyjątkiem siebie samego.
- c) W zbiorze liniowo uporządkowanym istnieje na pewno element najmniejszy i największy.
- d) W zbiorze liniowo uporządkowanym istnieje na pewno element najmniejszy lub największy.

Pytanie 5

Który diagram Hassego przedstawia zbiór liniowo uporządkowany?



Pytanie 6



Który podzbiór elementów (z powyższego diagramu Hassego) jest łańcuchem maksymalnym?

- a) $\{b, d, g\}$
- b) $\{a, d, a, c, e, f\}$
- c) $\{a, c, e, g\}$
- d) Żaden z powyższych

Pytanie 7

Jaka jest prawidłowa definicja łańcucha maksymalnego?

- a) łańcuch maksymalny to łańcuch, który już się w żadnym innym nie zawiera.
- b) łańcuch maksymalny to łańcuch, w którym już się żaden inny nie zawiera.
- c) łańcuch maksymalny to łańcuch najdłuższy z możliwych.
- d) łańcuch maksymalny to łańcuch, od którego żaden już nie ma więcej elementów.

Pytanie 8

Który zbiór nazywamy dobrze uporządkowanym?

- a) Liniowo uporządkowany, który posiada element najmniejszy.
- b) Posiadający element najmniejszy.
- c) Liniowo uporządkowany.
- d) Liniowo uporządkowany, w którym każdy niepusty podzbiór ma element najmniejszy.



Pytanie 9

Kiedy jedna para uporządkowana jest „większa” od drugiej w sensie porządku produktowego?

- a) Kiedy jej drugi element jest „większy”.
- b) Kiedy jej pierwszy element jest „większy”.
- c) Kiedy jej pierwszy i drugi element są „większe”.
- d) Kiedy jej pierwszy lub drugi element jest „większy”.

Pytanie 10

Co to jest antyłańcuch?

- a) Zbiór częściowo uporządkowany relacją $\leq$, w którym żadne dwa różne elementy nie są ze sobą w relacji $\leq$.
- b) Zbiór, który nie jest łańcuchem.
- c) Zbiór liniowo uporządkowany, który jednak nie jest łańcuchem.
- d) Zbiór liniowo uporządkowany relacją $\leq$, w którym żadne dwa różne elementy nie są ze sobą w relacji $\leq$.

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Sprawdź, czy relacje ρ w zbiorze X są relacjami quasi-porządku:

- a) $X = \mathbb{R}, x\rho y \Leftrightarrow x < y$
- b) $X = \mathbb{R}^2, (x, y)\rho(u, v) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} < \sqrt{u^2 + v^2}$
- c) $X = \mathbb{N}, a\rho b \Leftrightarrow a \mid b$

Zad. 2

Weźmy zbiór X wraz z relacją podzielności $\mid$. Narysuj diagram Hassego. Wskaż łańcuchy i antyłańcuchy maksymalne o największej możliwej liczbie elementów.

- a) $X = \{2, 3, \dots, 15\}$
- b) $X = \{2, 3, 5, 6, 30, 60\}$
- c) $X = \{2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15, 50, 200\}$

Zad. 3

Weźmy zbiór $X = \left\{1 - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$, tzn. $X = \left\{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\right\}$, wraz ze zwykłą relacją $<$. Czy jest to zbiór dobrze uporządkowany?

Zad. 4

Dany jest iloczyn kartezjański $A \times B$ i relacja „porządku produktowego” $\prec$:

$\prec \subseteq A \times B, (x_1, y_1) \prec (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leq x_2 \wedge y_1 \leq y_2$. Narysuj diagramy Hassego i podaj przykładowy maksymalny łańcuch i maksymalny antyłańcuch.

- a) $A = B = \{1, 2, 3\}$
- b) $A = \{4, 6, 12\}, B = \{3, 5, 124\}$

Zad. 5

Dany jest zbiór $X = \{0, 1\}$, ze zwykłym porządkiem liczbowym. Wypisz słowa: 010, 101, 00, 111, 01, 1101, 0111 w porządku rosnącym:

- a) leksykograficznym
- b) standardowym

