

Parametryczne Testy Istotności

Wzory

Parametryczne testy istotności – schemat postępowania punkt po punkcie

1. Formułujemy hipotezę główną H_0 odnośnie jakiegoś parametru w populacji generalnej. Hipoteza H_0 ma najczęściej postać *parametr = liczba*.

Formułujemy hipotezę alternatywną H_1 . Może ona mieć postać *parametr $\neq$ liczba*, *parametr $>$ liczba*, *parametr $<$ liczba*.

2. Obliczamy odpowiednią statystykę.
3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny (obu lub jednostronny w zależności od H_1)
4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

I. Testy istotności dla jednej średniej w populacji generalnej z rozkładem normalnym

I.a Znamy odchylenie standardowe w populacji generalnej σ .

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : m = m_0$$

$$H_1 : m \neq m_0 \text{ lub } H_1 : m > m_0 \text{ lub } H_1 : m < m_0$$

gdzie m to średnia w populacji generalnej, a m_0 to wybrany przez nas parametr

2. Obliczamy statystykę:
$$Z = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (obu lub jednostronny w zależności od H_1)

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

I.b Nie znamy odchylenia standardowego w populacji generalnej σ , liczebność próbki n jest duża.

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : m = m_0$$

$$H_1 : m \neq m_0 \text{ lub } H_1 : m > m_0 \text{ lub } H_1 : m < m_0$$

gdzie m to średnia w populacji generalnej, a m_0 to wybrany przez nas parametr

2. Obliczamy statystykę:
$$Z = \frac{\bar{X} - m_0}{S} \cdot \sqrt{n}$$

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (obu lub jednostronny w zależności od H_1)

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

I.c Nie znamy odchylenia standardowego w populacji generalnej σ , liczebność próbki n jest mała.

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : m = m_0$$

$$H_1 : m \neq m_0 \text{ lub } H_1 : m > m_0 \text{ lub } H_1 : m < m_0$$

gdzie m to średnia w populacji generalnej, a m_0 to wybrany przez nas parametr

2. Obliczamy statystykę:
$$t = \frac{\bar{X} - m_0}{S} \sqrt{n-1}$$

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu t Studenta (obu lub jednostronny w zależności od H_1) dla $n-1$ stopni swobody. Pamiętamy o podwojeniu poziomu istotności w obszarach jednostronnych.

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

II. Porównywanie średnich z dwóch populacji o rozkładzie normalnym.

II.a Znamy odchylenia standardowe w populacjach generalnych σ_1 i σ_2 .

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : m_1 = m_2$$

$$H_1 : m_1 = m_2 \text{ lub } H_1 : m_1 < m_2 \text{ lub } H_1 : m_1 > m_2$$

gdzie m_1, m_2 to średnie w obu populacjach

2. Obliczamy statystykę:
$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (obu lub jednostronny w zależności od H_1)

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

II.b Nie znamy odchyłeń standardowych w populacjach generalnych σ_1 i σ_2 , a liczebności prób n_1 i n_2 są duże.

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : m_1 = m_2$$

$$H_1 : m_1 = m_2 \text{ lub } H_1 : m_1 < m_2 \text{ lub } H_1 : m_1 > m_2$$

gdzie m_1, m_2 to średnie w obu populacjach

2. Obliczamy statystykę:
$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (obu lub jednostronny w zależności od H_1)

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

II.c Nie znamy odchyleń standardowych w populacjach generalnych σ_1 i σ_2 , a liczebności prób n_1 i n_2 są małe.

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : m_1 = m_2$$

$$H_1 : m_1 = m_2 \text{ lub } H_1 : m_1 < m_2 \text{ lub } H_1 : m_1 > m_2$$

gdzie m_1, m_2 to średnie w obu populacjach

2. Obliczamy statystykę:
$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu t Studenta (obu lub jednostronny w zależności od H_1) dla $n_1 + n_2 - 2$ stopni swobody. Pamiętamy o podwojeniu poziomu istotności w obszarach jednostronnych.

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

III. Testy istotności dla jednej wariancji w populacji generalnej z rozkładem normalnym

III.a Liczebność próbki n jest duża

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \text{ lub } H_0 : \sigma = \sigma_0$$

$$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \text{ lub } H_1 : \sigma > \sigma_0$$

gdzie σ^2 to wariancja w populacji generalnej, a σ_0^2 to wybrany przez nas parametr.

2. Obliczamy statystykę: $Z = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-3}$, gdzie $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_0^2}$.

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (prawostronny).

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

III.b Liczebność próbki n jest mała

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \text{ lub } H_0 : \sigma = \sigma_0$$

$$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \text{ lub } H_1 : \sigma > \sigma_0$$

gdzie σ^2 to wariancja w populacji generalnej, a σ_0^2 to wybrany przez nas parametr.

2. Obliczamy statystykę: $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_0^2}$.

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu chi-kwadrat (prawostronny) przy $n-1$ stopniach swobody.

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

IV. Porównywanie wariancji z dwóch populacji o rozkładzie normalnym.

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ lub } H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \text{ lub } H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$$

gdzie σ_1^2 i σ_2^2 to wariancje w populacjach, tak ponumerowanych, że $\hat{S}_1 > \hat{S}_2$.

2. Obliczamy statystykę: $F = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2}$, dla $\hat{S}_1 > \hat{S}_2$.

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu F Snedecora (prawostronny) przy $n_1 - 1$ i $n_2 - 1$ stopniach swobody.

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

V. Testy istotności dla jednego prawdopodobieństwa (odsetka, frakcji) w populacji generalnej

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0 \text{ lub } H_1 : p > p_0 \text{ lub } H_1 : p < p_0$$

gdzie p to odsetek w populacji generalnej, a p_0 to wybrany przez nas parametr.

2. Obliczamy statystykę:
$$Z = \frac{\frac{m}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

gdzie m to liczba jednostek w próbie, mających badaną cechę, a $\frac{m}{n}$ to odsetek jednostek w próbie, mających tą cechę.

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (obu lub jednostronny w zależności od H_1)

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .

VI. Porównywanie dwóch prawdopodobieństw (odsetków, frakcji) w dwóch populacjach generalnych

1. Formułujemy hipotezy:

$$H_0 : p_1 = p_2$$

$$H_1 : p_1 \neq p_2 \text{ lub } H_1 : p_1 > p_2 \text{ lub } H_1 : p_1 < p_2$$

gdzie p_1, p_2 to odsetki w populacjach generalnej.

2. Obliczamy statystykę:
$$Z = \frac{\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}}{\sqrt{\frac{\frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} \left(1 - \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}\right)}{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}}}$$

gdzie m_1, m_2 to liczba jednostek w próbie, mających badaną cechę, a $\frac{m_1}{n_1}, \frac{m_2}{n_2}$ to

odpowiednio odsetki w próbach.

3. Tworzymy i rysujemy obszar krytyczny dla rozkładu normalnego (obu lub jednostronny w zależności od H_1)

4. Sprawdzamy, czy statystyka znalazła się w obszarze krytycznym. Jeśli tak – odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy alternatywnej H_1 . Jeśli nie – stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .