

Szeregi dynamiczne (czasowe)

Wzory

I. Podstawowe wskaźniki

Średnia chronologiczna

$$\bar{y}_{CH} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

gdzie $y_1, y_2, \dots, y_n$ to kolejne wartości szeregu czasowego

Przyrosty absolutne o stałej podstawie (względem k-tego okresu bazowego):

$$y_1 - y_k, y_2 - y_k, \dots, y_{n-1} - y_k, y_n - y_k$$

gdzie y_k to wartość w okresie bazowym

Przyrosty absolutne łańcuchowe:

$$y_2 - y_1, y_3 - y_2, y_4 - y_3, \dots, y_{n-1} - y_{n-2}, y_n - y_{n-1}$$

Przyrosty względne o stałej podstawie (względem k-tego okresu bazowego):

$$\frac{y_1 - y_k}{y_k}, \frac{y_2 - y_k}{y_k}, \dots, \frac{y_{n-1} - y_k}{y_k}, \frac{y_n - y_k}{y_k}$$

gdzie y_k to wartość w okresie bazowym

Przyrosty względne łańcuchowe:

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1}, \frac{y_3 - y_2}{y_2}, \frac{y_4 - y_3}{y_3}, \dots, \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{y_{n-2}}, \frac{y_n - y_{n-1}}{y_{n-1}}$$

Indeksy o stałej podstawie (względem k-tego okresu bazowego):

$$\frac{y_1}{y_k}, \frac{y_2}{y_k}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_k}, \frac{y_n}{y_k}$$

Indeksy łańcuchowe:

$$\frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}}, \frac{y_n}{y_{n-1}}$$

Średnie tempo zmian:

$$\bar{Y}_g = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \cdot \dots \cdot \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}} \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \text{ lub z równania: } \log \bar{Y}_g = \frac{1}{n-1} (\log y_n - \log y_1)$$

II. Indeksy indywidualne i zespołowe (agregatywne)

Indeksy indywidualne

Indeks cen

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

p_1 - cena w badanym okresie

p_0 - cena w bazowym okresie

Indeks ilości

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

q_1 - ilość w badanym okresie

q_0 - ilość w bazowym okresie

Indeks wartości (obrotów)

$$i_w = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = \frac{w_1}{w_0}$$

$$i_w = i_p \cdot i_q$$

Indeksy zespołowe (agregatywne)

Agregatywny indeks wartości (obrotów)

$$I_w = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

Agregatywne indeksy ilości

$$\text{Laspeyresa: } I_q^L = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \text{ Paaschego: } I_q^P = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$$

Agregatywne indeksy cen

$$\text{Laspeyresa: } I_p^L = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \text{ Paaschego: } I_p^P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Agregatowe indeksy Fischera

Ilości: $I_q^F = \sqrt{I_q^L \cdot I_q^P}$

Cen: $I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P}$

Związki pomiędzy indeksami agregatowymi

$$I_w = I_p^L \cdot I_q^P = I_p^P \cdot I_q^L = I_p^F \cdot I_q^F$$

III. Trend

Średnie ruchome

Średnie ruchome dla nieparzystej liczby okresów (np. trzyokresowe):

$$\bar{Y}_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}$$

$$\bar{Y}_4 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3}$$

...

Średnie ruchome dla parzystej liczby okresów (np. czterookresowe):

$$\bar{Y}_3 = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{1}{2}y_5}{4}$$

$$\bar{Y}_4 = \frac{\frac{1}{2}y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{1}{2}y_6}{4}$$

$$\bar{Y}_5 = \frac{\frac{1}{2}y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + \frac{1}{2}y_7}{4}$$

...

Liniowa funkcja trendu

Równanie liniowej funkcji trendu

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$$

$$a_1 = \frac{12 \sum y_t t}{n^3 - n} - \frac{6 \sum y_t}{n^2 - n}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}$$

gdzie:

y_t - wartości szeregu czasowego

t - kolejne numery jednostek czasowych (1,2,3,...)

n - ilość jednostek czasowych

$\bar{y}$ - średnia wartości szeregu czasowego

$\bar{t}$ - średnia numerów jednostek czasowych

Odchylenie standardowe składnika resztowego

$$S(z_t) = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

k - liczba parametrów funkcji trendu (w przypadku prostej $k = 2$)

Błędy szacunku parametrów

$$D(a_0) = \sqrt{\frac{S^2(z_t) \sum t^2}{n \left(\sum t^2 - n(\bar{t})^2 \right)}}$$

$$D(a_1) = \frac{S(z_t)}{\sqrt{\sum t^2 - n(\bar{t})^2}}$$

Współczynnik zbieżności (indeterminacji)

$$\phi^2 = \frac{(n-k)S^2(z_t)}{\sum (y_t - \bar{y})^2}$$

ϕ^2 określa, w ilu procentach dynamika zjawiska **nie** została wyjaśniona liniową funkcją trendu

KONIEC