



KURS ZBIORY

LEKCJA 5

Moc zbiorów nieskończonych

Zadanie Domowe



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Które zdanie jest prawdziwe?

- a) Moc zbioru skończonego nie jest zdefiniowana.
- b) Moc zbioru skończonego może być równa $\aleph_0$
- c) Moc zbioru skończonego nie musi być równa liczbie jego elementów.
- d) Moc zbioru skończonego to zawsze liczba jego elementów.

Pytanie 2

Kiedy dwa zbiory nazywamy równolicznymi (z definicji)?

- a) Gdy istnieje funkcja, bijekcja, odwzorowująca jeden na drugi.
- b) Gdy każda funkcja odwzorowująca jeden na drugi jest bijekcją.
- c) Gdy mają tyle samo elementów.
- d) Gdy żaden z nich nie zawiera się w drugim.

Pytanie 3

Który z poniższych zbiorów jest równoliczny ze zbiorem {Audi, Mercedes, Opel, Porsche}?

- a) $\{x \in \mathbb{N}_+ : x \leq 4\}$
- b) {Polonez, Fiat, Bentley, Jaguar, Ferrari}
- c) Zbiór marek samochodów
- d) {Asia, Paweł, Halina}



Pytanie 4

Które zdanie jest prawdziwe?

- a) Liczba kardynalna każdego zbioru to liczba jego elementów.
- b) Każdy zbiór ma tylko jedną, różną od wszystkich innych zbiorów, liczbę kardynalną.
- c) Liczby kardynalne to liczby naturalne, przyporządkowane poszczególnym zbiorom.
- d) Każdy z dowolnej pary zbiorów równolicznych ma tę samą liczbę kardynalną.

Pytanie 5

Czy zbiory nieskończone, nieprzeliczalne i nie równoliczne ze zbiorem liczb rzeczywistych mogą mieć liczby kardynalne?

- a) Tak
- b) Nie

Pytanie 6

Jakie zbiory nazywamy przeliczalnymi?

- a) Skończone, lub równoliczne ze zbiorem liczb naturalnych.
- b) Skończone, lub równoliczne ze zbiorem liczb naturalnych, lub rzeczywistych.
- c) Skończone, lub równoliczne ze zbiorem liczb rzeczywistych.
- d) Równoliczne z co najwyżej zbiorem liczb rzeczywistych.

Pytanie 7

Czy zbiór wszystkich liczb całkowitych i zbiór liczb całkowitych dodatnich są równoliczne?

- a) Nie
- b) Tak



Pytanie 8

Wiemy, że przedziały liczbowe $(0,1)$, oraz $(0,10)$ są równoliczne. Co to oznacza?

- a) Że są one tej samej długości.
- b) Że są sobie równe.
- c) Że nie ma liczb, które należą do jednego przedziału i jednocześnie nie należą do drugiego.
- d) Że każdej liczbie z jednego przedziału odpowiada dokładnie jedna liczba z drugiego i na odwrót.

Pytanie 9

Które ze zdań jest prawdziwe?

- a) Przedziały liczbowe $(0,1)$ i $\langle 0,1 \rangle$ mają różne liczby kardynalne.
- b) Przedział liczbowy $(0,1)$ jest równoliczny ze zbiorem liczb wymiernych.
- c) Przedział liczbowy $(0,1)$ jest mocy $\aleph_0$.
- d) Przedział liczbowy $(0,1)$ jest mocy continuum.

Pytanie 10

Które zdanie jest nie jest prawdziwe?

- a) Zbiory liczb naturalnych i całkowitych są równoliczne.
- b) Zbiory liczb wymiernych i rzeczywistych są równoliczne.
- c) Zbiory liczb wymiernych i naturalnych są równoliczne.
- d) Zbiory liczb rzeczywistych i liczb rzeczywistych dodatnich są równoliczne.

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

Wyznacz moc następujących zbiorów.

- a) $\{1, 2, \dots, 10\}$
- b) $\{x \in \mathbb{N} \cup \{0\} : 2x^2 - 5x + 2 < 0\}$
- c) $\{x \in \mathbb{Z} : 0 < x^2 \leq 16\}$
- d) $\{n \in \mathbb{N}_+ : n^2 + n + 1 = 0\}$

Zad. 2

Wykaż równoliczność następujących zbiorów A i B .

- a) $A = \{1, 2, 3\}, B = \{-1, 5, 10\}$
- b) $A = \{\text{Mieczysław, Światowid, Anastazy, Barnaba}\},$
 $B = \left\{x \in \mathbb{R} : (x-1)(x-\sqrt{2})\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-7^2) = 0\right\}$
- c) $A = (0, 1), B = (0, 2)$
- d) Zbiór liczb naturalnych parzystych i naturalnych nieparzystych

Zad. 3

Wykaż, że następujące zbiory mają moc $\aleph_0$:

- a) $\{x \in \mathbb{N} : 5 \mid x\}$
- b) $\{x \in \mathbb{Z} : x \leq -50\}$
- c) Zbiór A , którego elementy można ustawić w nieskończony ciąg.
- d) Nieskończony zbiór A , który jest podzbiorem jakiegoś zbioru o mocy $\aleph_0$.
- e) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$
- f) $A \times B$, zakładając, że zbiory A i B mają moc $\aleph_0$.



Zad. 4

Wykaż, że następujące zbiory mają moc $\mathcal{C}$ (continuum):

- a) $(0, \infty)$
- b) $(9, 10)$
- c) Dowolny odcinek otwarty
- d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 = y^2\}$

KONIEC